

Probabilidade

Parte 3

Prof.: Eduardo Vargas Ferreira



Exemplo: distribuição dos estudantes

- Considere a distribuição dos estudantes de uma universidade dada por:



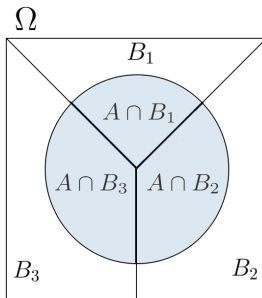
	Homens (H)	Mulheres (F)	Total
Matemática pura (M)	70	40	110
Matemática aplicada (A)	15	15	30
Estatística (E)	10	20	30
Computação (C)	20	10	30
Total	115	85	200

$$\begin{aligned}P(F) &= P(F \cap M) + P(F \cap A) + P(F \cap E) + P(F \cap C) \\&= \frac{40}{200} + \frac{15}{200} + \frac{20}{200} + \frac{10}{200} \\&= \frac{85}{200}\end{aligned}$$

Lei da probabilidade total

- Suponha que o espaço amostral Ω seja dividido em 3 eventos disjuntos, B_1, B_2, B_3 . Assim, para qualquer evento A :

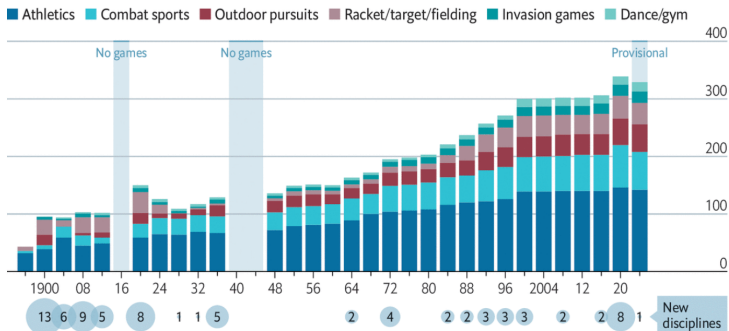
$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3)$$



Exemplo: olimpíadas maiores e mais diversificadas

Citius, altius, fortius

Number of events at summer Olympic games



Source: International Olympic Committee

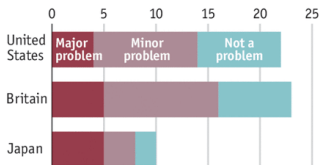
economist.com

Exemplo: solidão das pessoas entre os países

Only the lonely

April-June 2018, % responding

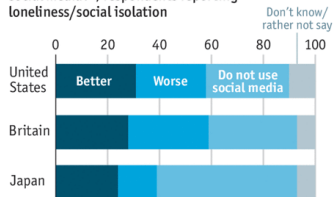
Share of people saying they always/often feel lonely, left out or isolated, and whether this is a problem



Sources: Kaiser Family Foundation; *The Economist*

The Economist

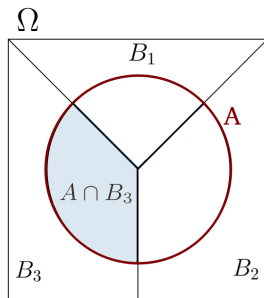
"Is your loneliness made better or worse by social media?", respondents reporting loneliness/social isolation



Probabilidade condicional

- Seja A e B eventos. A **probabilidade condicional** de B sabendo que A ocorreu é escrito como:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



$$P(B_1|A) = \frac{P(A \cap B_1)}{P(A)}$$

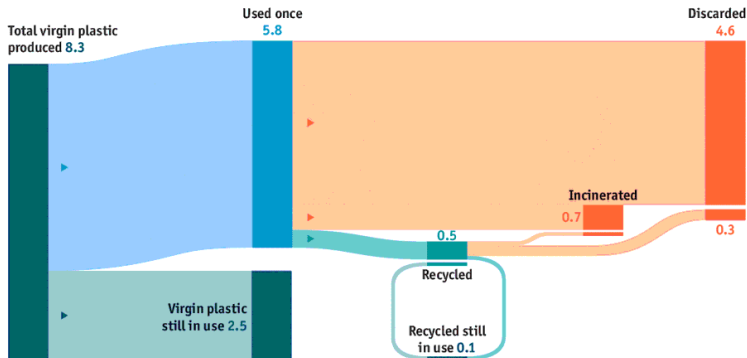
$$P(B_2|A) = \frac{P(A \cap B_2)}{P(A)}$$

$$P(B_3|A) = \frac{P(A \cap B_3)}{P(A)}$$

Exemplo: apenas 9% do plástico do mundo é reciclado

The end of all things

Global plastic production and use, 1950-2015, tonnes, bn



Source: "Production, use, and fate of all plastics ever made" by R. Geyer et al., *Science Advances*

economist.com

Exemplo: distribuição dos estudantes

- Considere a distribuição dos estudantes de uma universidade dada por:



	Homens (H)	Mulheres (F)	Total
Matemática pura (M)	70	40	110
Matemática aplicada (A)	15	15	30
Estatística (E)	10	20	30
Computação (C)	20	10	30
Total	115	85	200

$$1. P(\text{Mulher} \mid \text{Estatística}) = \frac{P(F \cap E)}{P(E)} = \frac{20/200}{30/200} = \frac{20}{30}$$

$$2. P(\text{Computação} \mid \text{Homem}) = \frac{P(C \cap H)}{P(H)} = \frac{20/200}{115/200} = \frac{20}{115}$$

Exemplo: sistema de recomendação

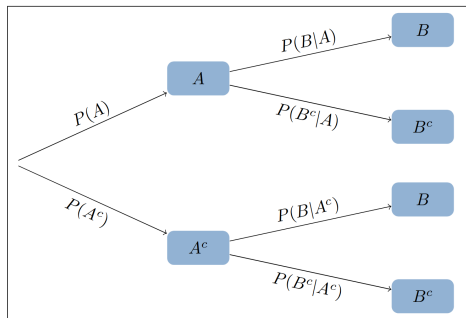
	Jerry Maguire	Oceans	Road to Perdition	A Fortunate Man	Catch Me If You Can	Driving Miss Daisy	The Two Popes	The Laundromat	Code 8	The Social Network	...
Customer 1	•	•	•	•	4	•	•	•	•	•	...
Customer 2	•	•	3	•	•	•	3	•	•	3	...
Customer 3	•	2	•	4	•	•	•	•	2	•	...
Customer 4	3	•	•	•	•	•	•	•	•	•	...
Customer 5	5	1	•	•	4	•	•	•	•	•	...
Customer 6	•	•	•	•	•	2	4	•	•	•	...
Customer 7	•	•	5	•	•	•	•	3	•	•	...
Customer 8	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	...
Customer 9	3	•	•	•	5	•	•	1	•	•	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

An Introduction to Statistical Learning.

Regra do produto de probabilidades

- Da relação anterior obtemos a regra do produto de probabilidades:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \Rightarrow \quad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$



Exemplo: população com gripe

- Suponha que no mês de agosto, 5% de uma população esteja com gripe. Um teste utilizado nesse caso apresenta um resultado positivo em 95% das pessoas com gripe, e em 1% das sem gripe, ou seja:



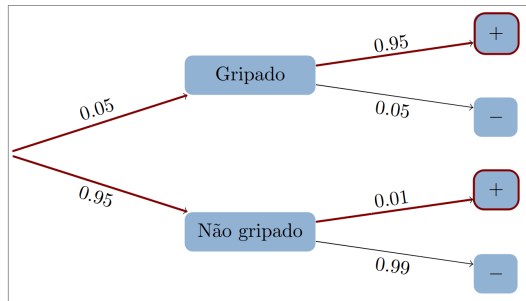
$$P(+ | \text{Gripado}) = 0,95$$

$$P(+ | \text{Não gripado}) = 0,01$$

- Se uma pessoa for selecionada e testada, qual a probabilidade de que o teste seja positivo?

$$P(+) = ?$$

Exemplo: população com gripe



$$\begin{aligned}P(+)&= P(+ \cap \text{Gripado}) + P(+ \cap \text{Não gripado}) \\&= P(\text{Gripado}) \cdot P(+ | \text{Gripado}) + P(\text{Não gripado}) \cdot P(+ | \text{Não gripado}) \\&= 0,05 \cdot 0,95 + 0,95 \cdot 0,01 \\&= 0,057\end{aligned}$$

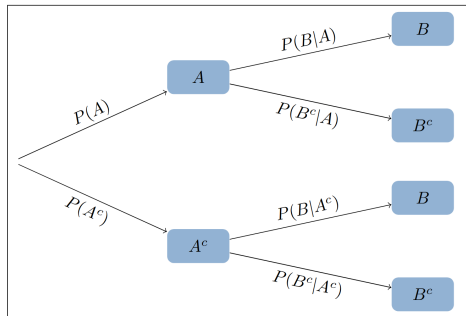
Complementar da probabilidade condicional

Verdadeiro

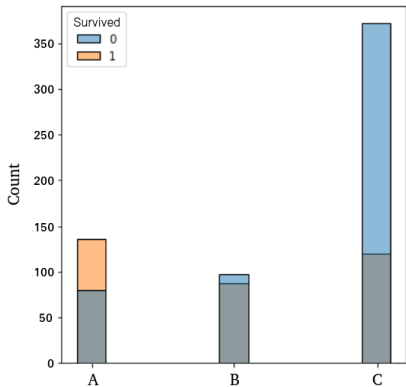
$$\overbrace{P(B^c|A) = 1 - P(B|A)}$$

Falso

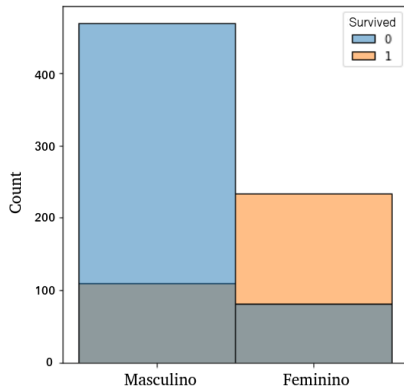
$$\overbrace{P(B|A^c) = 1 - P(B|A)}$$



Exemplo: investigando o naufrágio do Titanic



Classe	A	B	C
P(Sobreviver Classe)	0.62	0.47	0.24



Sexo	Feminino	Masculino
P(Sobreviver Sexo)	0.74	0.18

Referências

- ▶ Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).
- ▶ Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008.

