

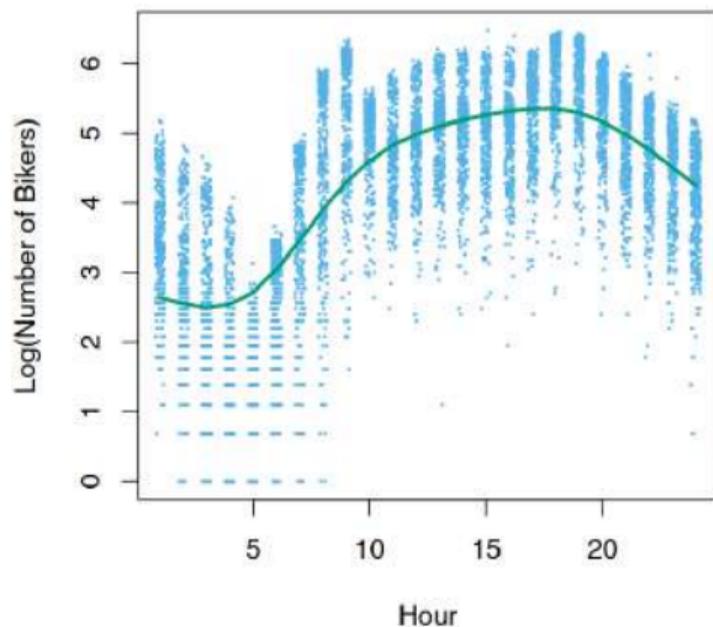
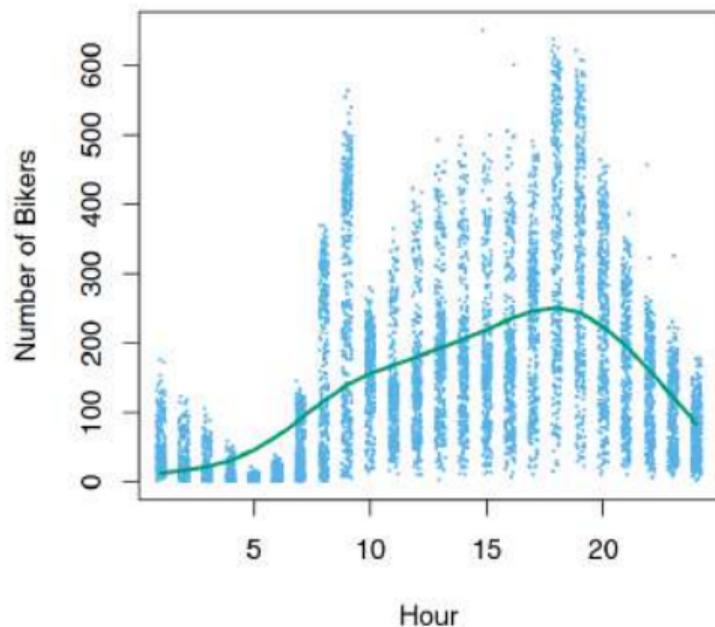
Variáveis Aleatórias

Parte 2

Prof.: Eduardo Vargas Ferreira

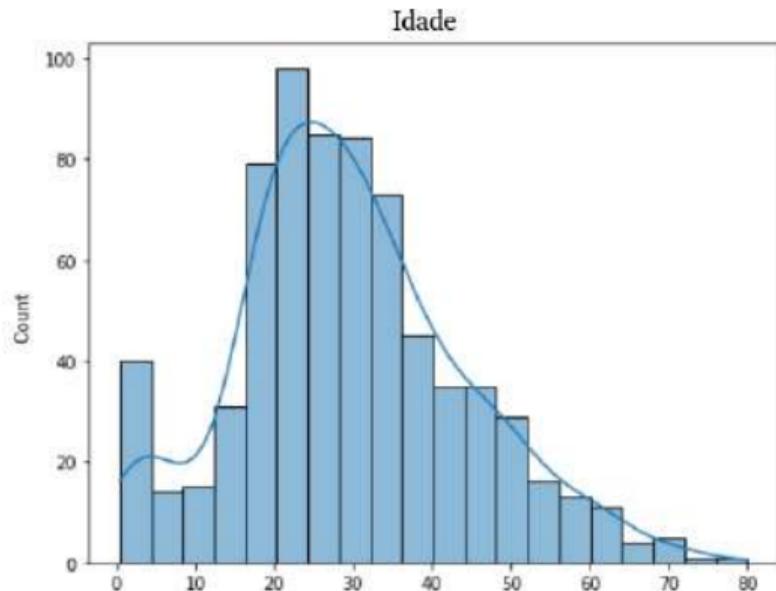


Exemplo: distribuição de frequência do uso de bicicleta compartilhada



Fonte: An Introduction to Statistical Learning.

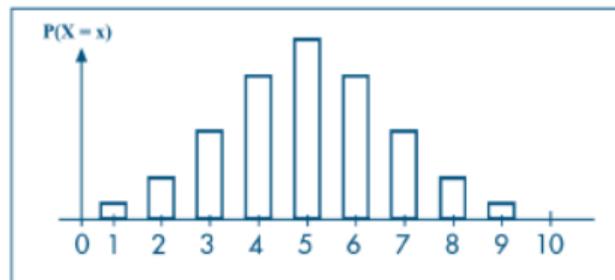
Exemplo: investigando o naufrágio do Titanic



Idade	P(Idade)
0-5	0.056
5-10	0.030
10-15	0.022
15-20	0.120
20-25	0.159
25-30	0.148
30-35	0.133
35-40	0.100
40-45	0.067
45-50	0.057
50-55	0.044
55-60	0.022
> 60	0.021

Distribuição de probabilidade

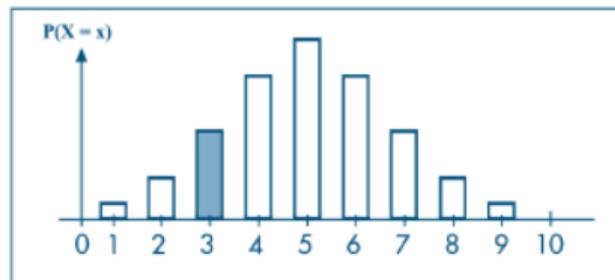
- ▶ Uma distribuição de probabilidade é um modelo matemático que relaciona um certo valor da variável em estudo com a sua probabilidade de ocorrência.



$$P(X = x)$$

Distribuição de probabilidade

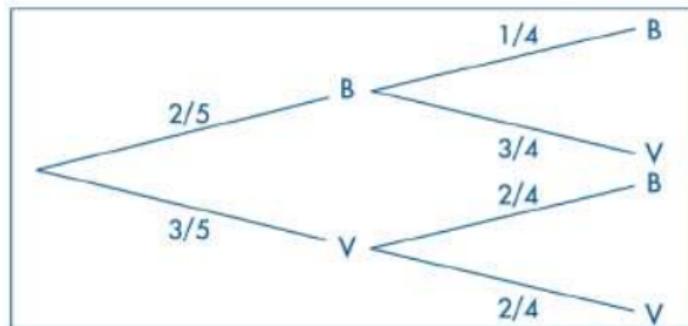
- ▶ Uma distribuição de probabilidade é um modelo matemático que relaciona um certo valor da variável em estudo com a sua probabilidade de ocorrência.



$$P(X = 3)$$

Exemplo: extrações de bolas da urna

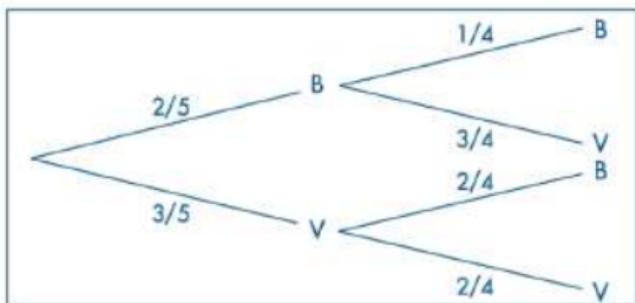
- Uma urna contém duas bolas brancas (B) e três vermelhas (V). Suponha que são sorteadas duas bolas ao acaso, **sem reposição**. Então:



Resultados	Probabilidades
$B \cap B$	$1/10$
$B \cap V$	$3/10$
$V \cap B$	$3/10$
$V \cap V$	$3/10$

Exemplo: extrações de bolas da urna

X = número de bolas vermelhas obtidas nas duas extrações.



Resultados	Probabilidades	X
$B \cap B$	1/10	0
$B \cap V$	3/10	1
$V \cap B$	3/10	1
$V \cap V$	3/10	2

$$P(X = 0) = P(B \cap B) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

$$P(X = 1) = P(B \cap V \text{ ou } V \cap B) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{10}$$

$$P(X = 2) = P(V \cap V) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$$

X	$P(X = x)$
0	1/10
1	6/10
2	3/10

Observação

- ▶ Variáveis aleatórias são definidas por letras maiúsculas, por exemplo:

- ▶ X = número de peças defeituosas em um linha de produção;
- ▶ T = tempo de espera em uma fila.

- ▶ Já as letras minúsculas representam os possíveis valores que a variável aleatória pode assumir, p. ex.:

- ▶ $x = 0, 1, \dots$
- ▶ $t \in \mathbb{R}^+$.

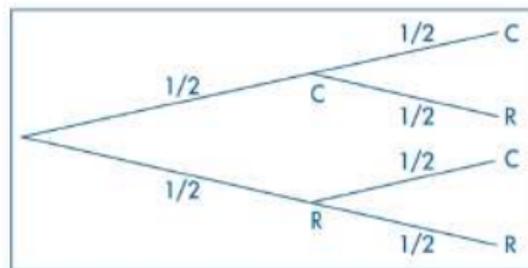
- ▶ Então, $P(X = x)$ indica a probabilidade da variável aleatória X assumir o valor x .

Exemplo: lançamento de uma moeda

- Considere o lançamento de uma moeda duas vezes e defina a v.a.:



$Y =$ número de caras obtidas nos dois lançamentos.



Resultados	Probabilidades	Y
$C \cap C$	$1/4$	2
$C \cap R$	$1/4$	1
$R \cap C$	$1/4$	1
$R \cap R$	$1/4$	0

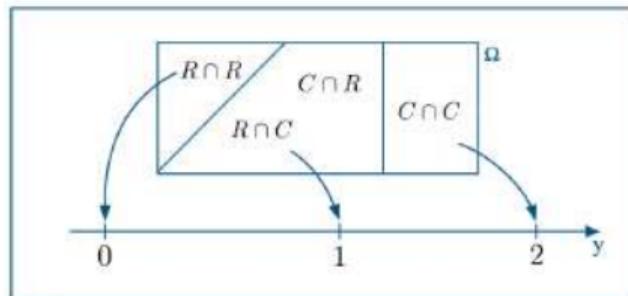
Y	0	1	2
$P(Y = y)$	$1/4$	$1/2$	$1/4$

Exemplo: lançamento de uma moeda

- ▶ Esquemáticamente, temos a tabela com a função de probabilidade de Y e a seguinte representação:

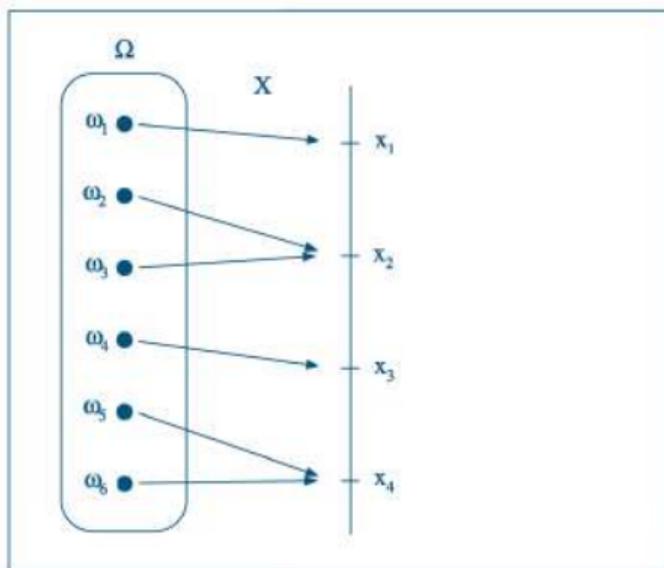


Y	0	1	2
$P(Y = y)$	$1/4$	$1/2$	$1/4$



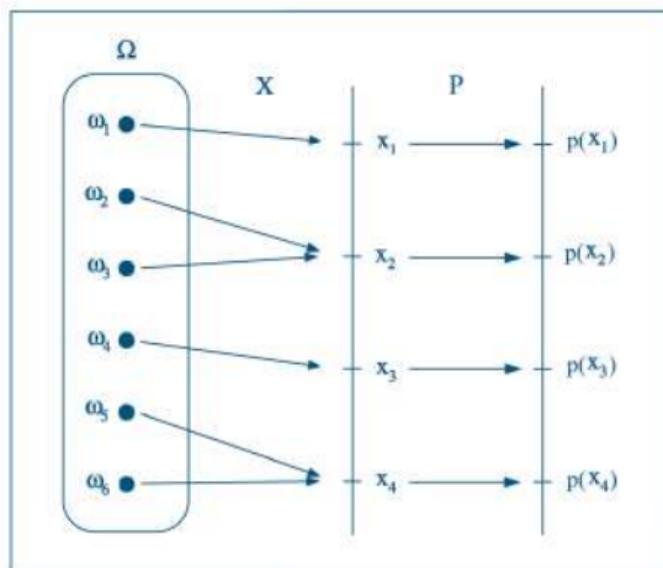
Definição de variável aleatória discreta

- ▶ Uma função X , definida no espaço amostral Ω e com valores num conjunto enumerável de pontos da reta é dita uma **variável aleatória discreta**.



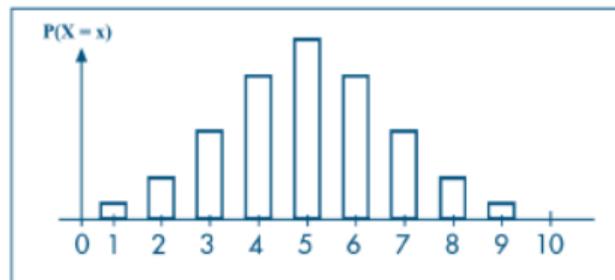
Definição de função de probabilidade

- Chama-se **função de probabilidade** da variável aleatória discreta X a função que associa a cada valor de x_i sua probabilidade de ocorrência, isto é,



Distribuição de probabilidade

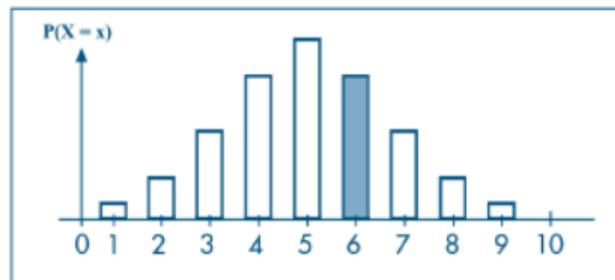
- ▶ Uma distribuição de probabilidade é um modelo matemático que relaciona um certo valor da variável em estudo com a sua probabilidade de ocorrência.



$$P(X = x)$$

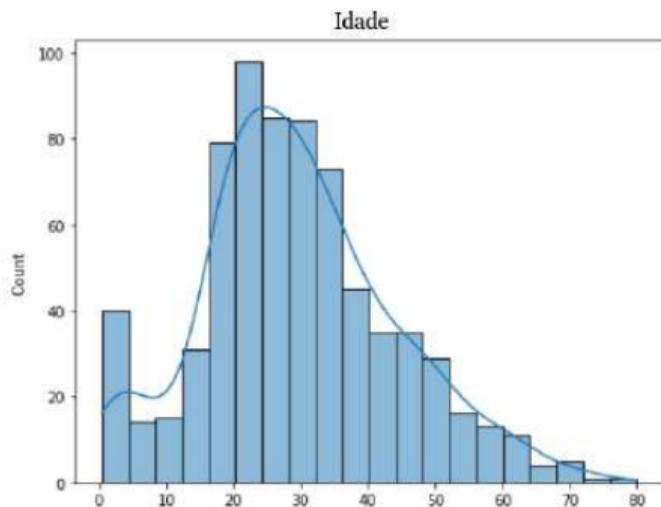
Distribuição de probabilidade

- ▶ Uma distribuição de probabilidade é um modelo matemático que relaciona um certo valor da variável em estudo com a sua probabilidade de ocorrência.



$$P(X = 6)$$

Exemplo: investigando o naufrágio do Titanic



$Y =$ indivíduos com mais de 20 anos

Idade	$P(\text{Idade})$
0 + 5	0.056
5 + 10	0.030
10 + 15	0.022
15 + 20	0.120
20 + 25	0.159
25 + 30	0.148
30 + 35	0.133
35 + 40	0.100
40 + 45	0.067
45 + 50	0.057
50 + 55	0.044
55 + 60	0.022
> 60	0.021

$P(y_1) = 0,228$ (for ages 0-20)

$P(y_2) = 0,772$ (for ages 20-80)

Y	0	1
$P(Y = y)$	0.228	0.772

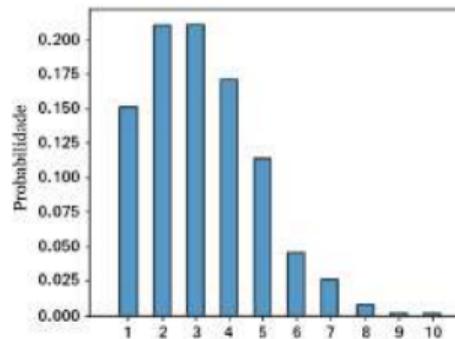
Exemplo: número de carros no posto de pedágio



X = número de carros que chegam em uma hora.

$$P(X = x) = \frac{e^{-3} \cdot 3^x}{x!}, \quad x = 1, 2, \dots$$

X	1	2	3	4	...
$P(X = x)$	0.149	0.224	0.224	0.168	...



Exemplo: seleção de candidatos

- Uma dinâmica selecionará 5 candidatos para a próxima fase. A distribuição de probabilidade do n^o de homens escolhidos é dada por:



$X =$ número de homens selecionados.

$$p(x) = \begin{cases} \binom{5}{x} 0,2^x \cdot 0,8^{5-x}, & \text{se } x \in \mathbb{N} \leq 5 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

X	0	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0.327	0.409	0.204	0.051	0.006	0.000

Referências

- ▶ Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).
- ▶ Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008.

