Distribuições de probabilidade discretas

Parte 2

Prof.: Eduardo Vargas Ferreira

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

DEST
Departamento de Estatística

As principais distribuições de probabilidade

Discretas

- Uniforme Discreta;
- Bernoulli;
- Binomial;
- **Hipergeométrica.**
- Poisson;
- Geométrica;
- Binomial negativa;

Contínuas

- Uniforme Contínua;
- Exponencial;
- Normal;
- Lognormal;
- Gama;
- Weibull;
- Beta.

Exemplo: lances livre

- De três arremessos livre, soma-se o número de acertos.

1. São lances independentes;
2. Dois resultados possíveis;
3. Mesma probabilidade de acerto.

Exemplo: confeitos de M&Ms

- Número de confeitos de cor azul em 25 confeitos de M&Ms.

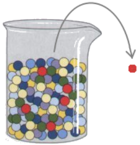
1. As extrações são independentes;
2. Dois resultados possíveis;
3. Mesma probabilidade de sair azul.

Distribuição Hipergeométrica

Distribuição Hipergeométrica

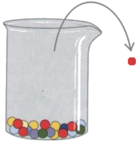
- Como vimos, na **Distribuição Binomial** assumimos que a retirada de uma observação é independente das demais. Isto é:

O parâmetro p não se altera durante o processo.



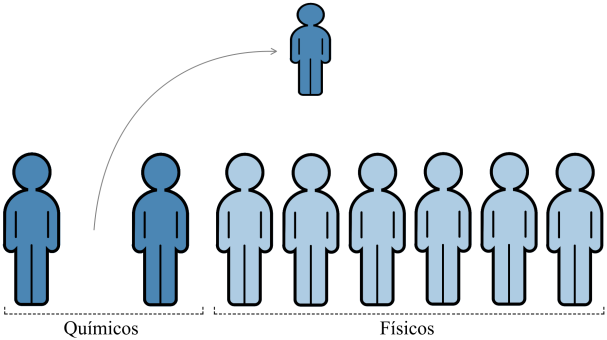
- Na **Distribuição Hipergeométrica**, a suposição de independência não é válida. Ou seja:

Assumimos extrações sem reposição.



Distribuição Hipergeométrica

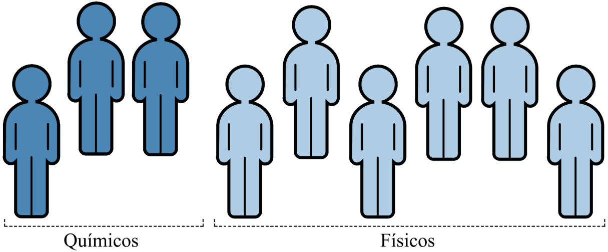
- A **Distribuição Hipergeométrica** é adequada para descrever uma população finita que pode ser separada em duas classes:



- Mas o fato de observarmos determinado resultado em uma extração muda a distribuição de probabilidade entre classes.

Exemplo: comitê de pesquisadores

- Imagine um grupo composto por 3 químicos e 6 físicos do qual desejamos criar um comitê de 5 pesquisadores selecionados aleatoriamente.



$X =$ o número de químicos no comitê de tamanho 5.

Distribuição Hipergeométrica

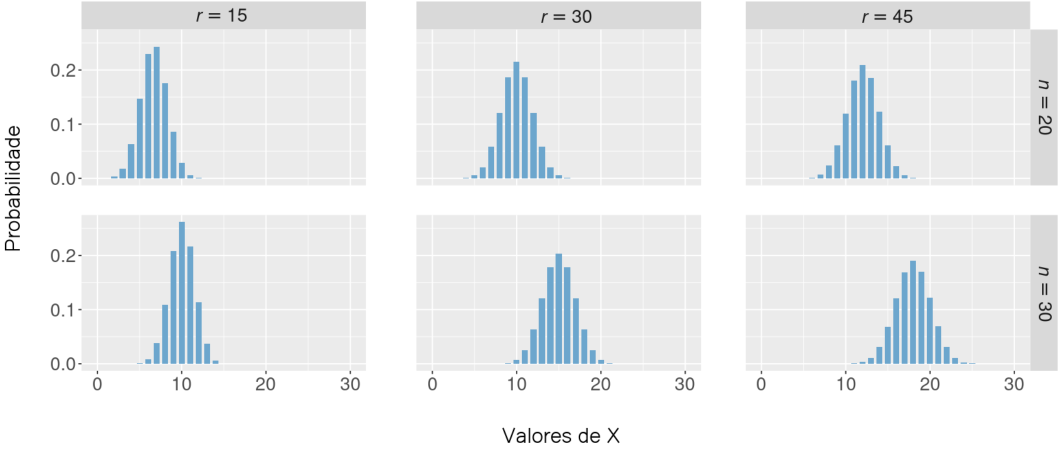
Definição: A variável aleatória X, associada ao número de sucessos selecionados **sem reposição**, tem distribuição hipergeométrica se, e somente se:

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{\dbinom{r}{x}\dbinom{N-r}{n-x}}{\dbinom{N}{n}}, & \text{se } max(0, n-N+r) \leq x \leq min(r,n). \\ 0, & \text{caso contrário .} \end{cases}$$

Notação: $X \sim Hip(N, r, n)$.

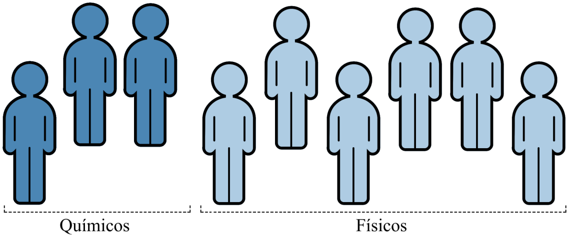
$$\mathbb{E}(X) = \frac{n \cdot r}{N} \qquad \text{e} \qquad \mathbb{V}ar(X) = \frac{n \cdot r}{N}\left(1 - \frac{r}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

Gráficos da distribuição Hipergeométrica



Exemplo: comitê de pesquisadores

X = o número de químicos no comitê de tamanho 5.

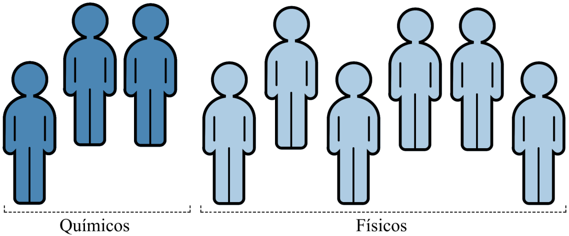


$$p(x) = \frac{\binom{r}{x}\binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

- N = nº total de elementos na população.
- n = nº de ensaios.
- r = nº de sucessos na população.
- x = nº de sucessos nos ensaios.

Exemplo: comitê de pesquisadores

$X =$ o número de químicos no comitê de tamanho 5.



$$p(x) = \frac{\binom{3}{x}\binom{9-3}{5-x}}{\binom{9}{5}}$$

- $N =$ nº total de elementos na população.
- $n =$ nº de ensaios.
- $r =$ nº de sucessos na população.
- $x =$ nº de sucessos nos ensaios.

Exemplo: parafusos defeituosos

- Por engano, 3 parafusos defeituosos foram misturados com os bons, formando um lote de tamanho 12. Escolhendo ao acaso 4 parafusos, **sem reposição**.

X = número de parafusos defeituosos dentre os 4.

$$p(x) = \frac{\binom{3}{x}\binom{12-3}{4-x}}{\binom{12}{4}}$$

1. Qual a probabilidade de encontrar pelo menos 2 defeituosos?

$$P(X \geq 2) = 1 - p(0) - p(1) = 0.236$$

Exemplo: captura e recaptura

1. Captura-se e marca **r** animais (para gerar dois grupos de peixes);

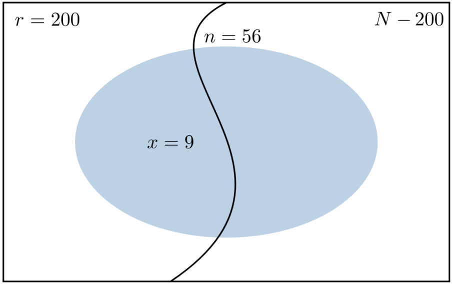
2. Após um tempo, amostram-se **n** animais (sem reposição);

3. Conta-se o número de animais marcados.

Como $\mathbb{E}(X) = \dfrac{r \cdot n}{N} \quad \Rightarrow \quad N = \dfrac{r \cdot n}{\mathbb{E}(X)}$

Exemplo: captura e recaptura

X = número de animais marcados.



1. Suponha que 200 indivíduos de uma espécie de peixe foram marcados em um lago;
2. Algum tempo depois 56 peixes foram capturados;
3. Destes, 9 estavam marcados.

$$N = \frac{r \cdot n}{\mathbb{E}(X)} = \frac{56 \cdot 200}{9} \approx 1244.$$

Relação entre Binomial e Hipergeométrica

Distribuição Binomial

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X) &= n \cdot p \\ \mathbb{V}ar(X) &= n \cdot p \cdot (1-p)\end{aligned}$$

Distribuição Hipergeométrica

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X) &= n \cdot \frac{r}{N} \\ \mathbb{V}ar(X) &= n \cdot \frac{r}{N}\left(1-\frac{r}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\end{aligned}$$

$\left(\frac{N-n}{N-1}\right) =$ **fator de correção para população finita.**

Referências

- Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).
- Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008.