Distribuições de probabilidade discretas

Parte 4

Prof.: Eduardo Vargas Ferreira

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

DEST
Departamento de Estatística

As principais distribuições de probabilidade

Discretas

- Uniforme Discreta;
- Bernoulli;
- Binomial;
- Hipergeométrica.
- Poisson;
- **Geométrica;**
- **Binomial negativa;**

Contínuas

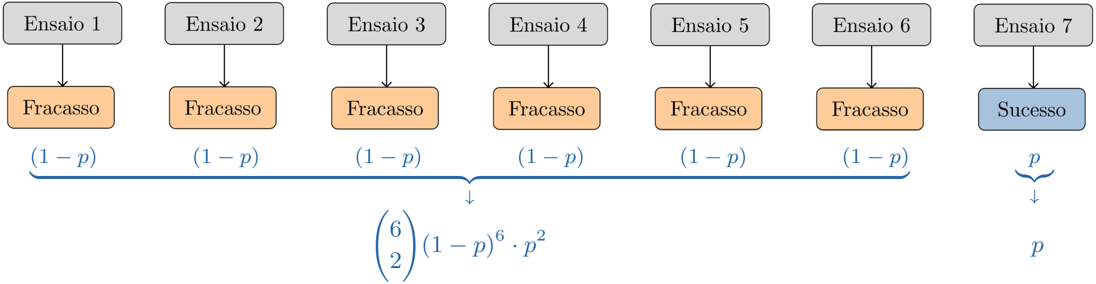
- Uniforme Contínua;
- Exponencial;
- Normal;
- Lognormal;
- Gama;
- Weibull;
- Beta.

Distribuição geométrica

Distribuição geométrica

- Realizamos repetidos ensaios de Bernoulli, de forma independente, até que o primeiro sucesso ocorra.

X = número de ensaios até se obter o 1^o sucesso.



Distribuição Geométrica

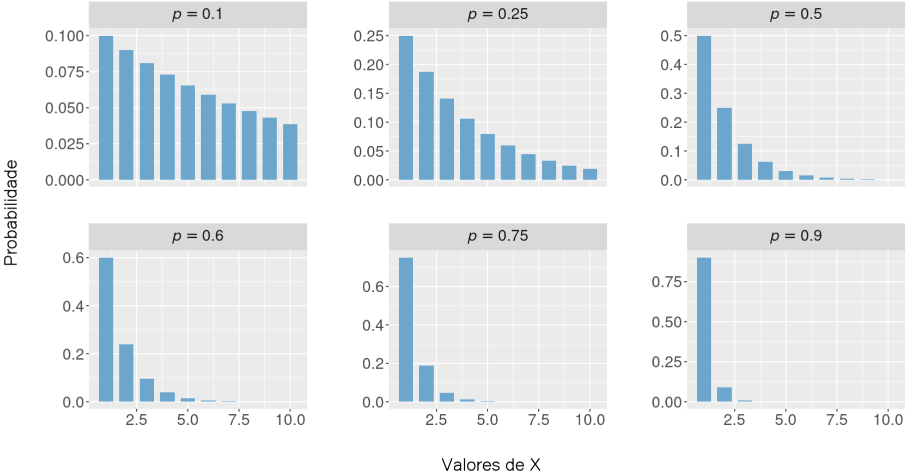
Definição: A variável aleatória X, correspondente ao **número de ensaios até o primeiro sucesso**, tem distribuição geométrica se:

$$p(x) = \begin{cases} (1-p)^{x-1}p, & \text{se } x = 1, 2, \ldots \\ \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}.$$

Notação: $X \sim Geom(p)$.

$$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{p} \qquad e \qquad \mathbb{V}ar(X) = \frac{(1-p)}{p^2}$$

Gráficos da distribuição Geométrica

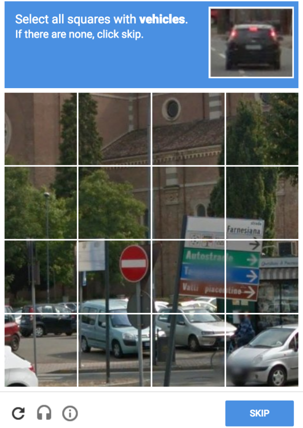


Exemplo: venda de um imóvel

- Quantas tentativas de vendas devem ser feitas até uma resultar em sucesso.

Exemplo: resolver CAPTCHAS

- Um algoritmo baseado em *optical character recognition* resolve os CAPTCHAS com $p = 0.3$.



$$X = \text{número de tentativas até resolver o CAPTCHA.}$$

1. Qual a probabilidade de quebrar a CAPTCHA na 2ª tentativa?

$$P(X = 2) \;=\; (1 - 0.3)^{2-1} \cdot 0.3 \;=\; 0.125$$

2. Quantas tentativas são esperadas até resolver o CAPTCHA?

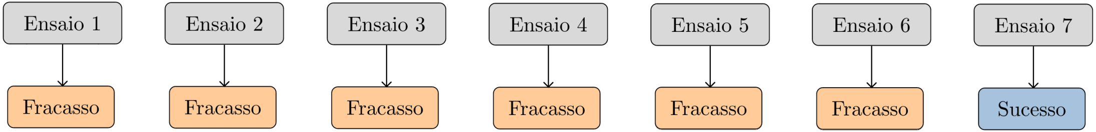
$$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{0.3} = 3.33$$

Distribuição Binomial Negativa

Distribuição geométrica

- Na distribuição binomial negativa é uma generalização da distribuição geométrica.

X = número de ensaios até se obter o 1^o sucesso.



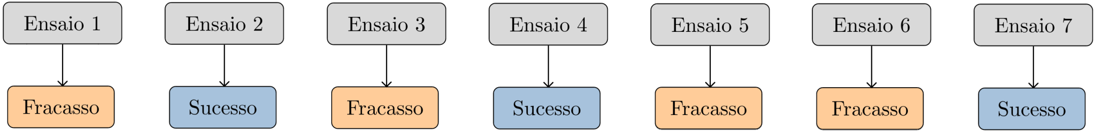
$$\underbrace{(1-p) \quad (1-p) \quad (1-p) \quad (1-p) \quad (1-p) \quad (1-p)}_{\downarrow} \qquad \underbrace{p}_{\downarrow}$$

$$\binom{6}{2}(1-p)^6 \cdot p^2 \qquad\qquad p$$

Distribuição Binomial Negativa

- Na distribuição binomial negativa é uma generalização da distribuição geométrica.

$$X = \text{número de ensaios até se obter o } 3^o \text{ sucesso.}$$



$$\underbrace{(1-p) \quad p \quad (1-p) \quad p \quad (1-p) \quad (1-p)}_{\downarrow \atop \binom{6}{2}(1-p)^4 \cdot p^2} \qquad \underbrace{p}_{\downarrow \atop p}$$

Distribuição Binomial Negativa

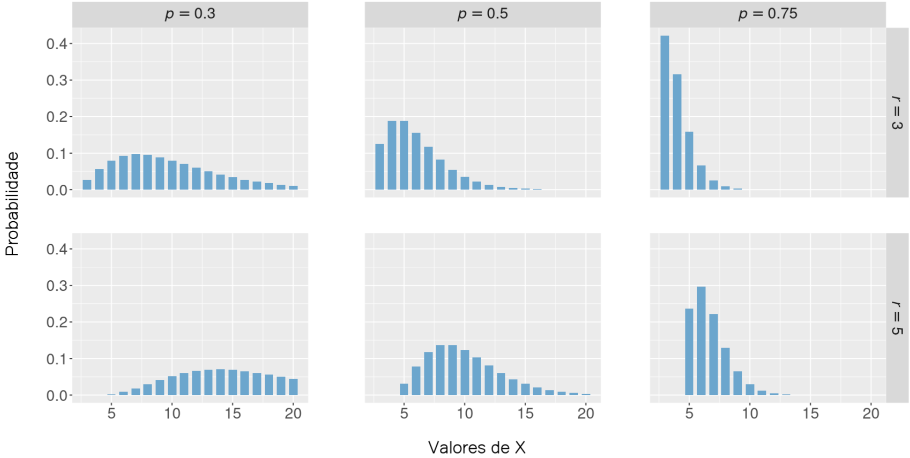
Definição: A variável aleatória X, correspondente ao **número de ensaios até se obter r sucessos**, tem distribuição binomial negativa se:

$$p(x) = \begin{cases} \binom{x-1}{r-1}(1-p)^{x-r} \cdot p^r & , \quad \text{se } x \in \{r, r+1, r+2, \ldots\} \\ 0, & \quad \text{caso contrário .} \end{cases}$$

Notação: $X \sim BNeg(r, p)$.

$$\mathbb{E}(X) = \frac{r}{p} \qquad e \qquad \mathbb{V}ar(X) = \frac{r \cdot (1-p)}{p^2}$$

Gráficos da distribuição Binomial Negativa



Exemplo: número de filhos

- Um casal deseja ter filhos até que tenham exatamente duas crianças do sexo feminino.

X = nº de filhos até a chegada da 2^a criança do sexo feminino.

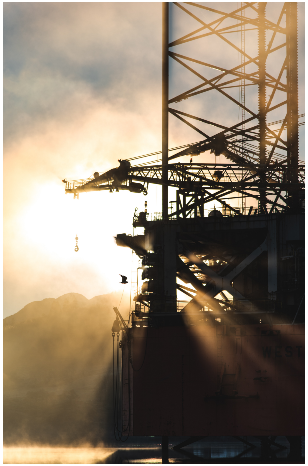
$$p(x) = \begin{cases} \binom{x-1}{r-1}(1-p)^{x-r} \cdot p^r & , \quad \text{se } x \in \{r, r+1, r+2, \ldots\} \\ 0, & \text{caso contrário} \; . \end{cases}$$

1. Qual é a probabilidade de a família ter quatro filhos?

$$P(X=4) = \binom{3}{1} 0.5^2 0.5^2 = 0.1875.$$

Exemplo: poço de petróleo

- Uma empresa petrolífera considera que 20% dos poços exploratórios têm chance de conter petróleo.



X = nº de poços perfurados.

1. Qual o número médio de poços perfurados para que três desses sejam produtores de petróleo?

$$\mathbb{E}(X) = \frac{r}{p} = \frac{3}{0.20} = 15.$$

Referências

- Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).
- Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

DEST Departamento de Estatística