Distribuições de probabilidade contínuas

Parte 4

Prof.: Eduardo Vargas Ferreira

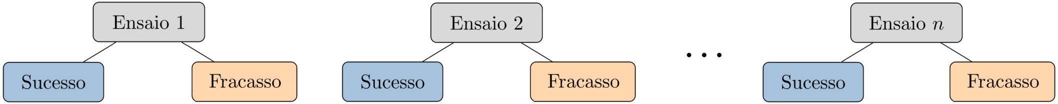
UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

DEST
Departamento
de Estatística

Aproximação da Binomial pela Normal

Distribuição Binomial

- Temos **n** tentativas independentes, cada uma com probabilidade de sucesso p e de fracasso $1 - p$, tq:



1. Os ensaios sejam independentes;
2. Apresentem apenas dois resultados possíveis;
3. A probabilidade em cada ensaio permanece constante.

Distribuição Binomial

Definição: A variável aleatória X, que corresponde ao número total de sucessos em n ensaios de Bernoulli, com probabilidade de sucesso p, $0 < p < 1$, tem $f.p$ dada por:

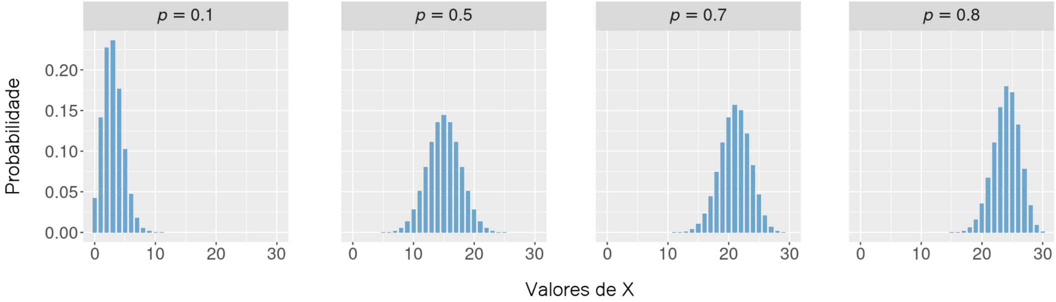
$$p(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, & \text{se } x = 0, 1, 2, \ldots, n \\ 0, & \text{caso contrário .} \end{cases}$$

Notação: $X \sim Bin(n, p)$.

$$\mathbb{E}(X) \; = \; n \cdot p \qquad e \qquad \mathbb{V}ar(X) \; = \; n \cdot p \cdot (1-p)$$

Gráficos da distribuição Binomial

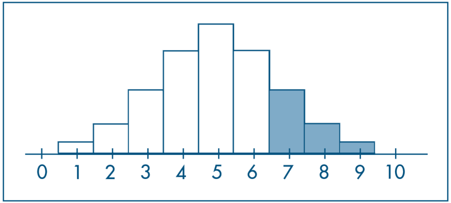
X = número de sucesso em 30 realizações.



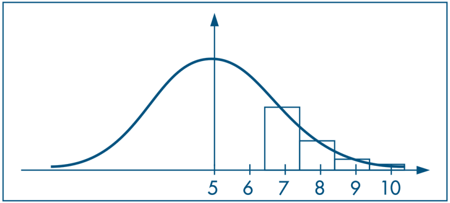
Aproximação da Binomial pela Normal

- Seja Y com distribuição binomial e parâmetros n e p.

$$Y \sim Bin(n, p)$$



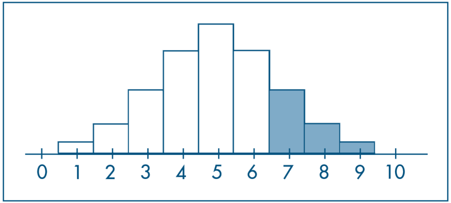
$$X \sim N\left[\, np \;,\; np(1-p) \,\right]$$



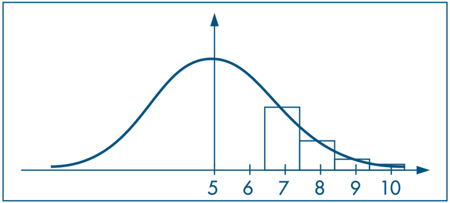
Exemplo simulado 1

- Seja Y com distribuição binomial e parâmetros $n = 10$ e $p = 1/2$, e queremos calcular $P(Y \geq 7)$.

$Y \sim Bin(\ 10\ ,\ 1/2\ )$



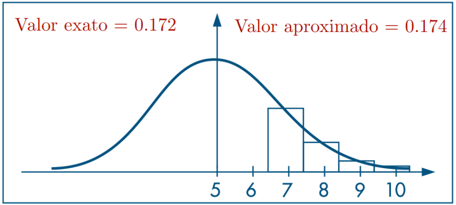
$X \sim N(\ 5\ ,\ 2.5\ )$



Exemplo simulado 1

- Seja Y com distribuição binomial e parâmetros $n = 10$ e $p = 1/2$, e queremos calcular $P(Y \geq 7)$.

$$P(Y \geq 7) \quad \simeq \quad P(X \geq 6.5)$$



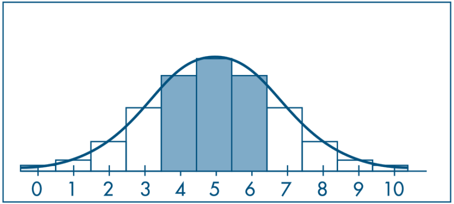
- Aproximando pela curva normal:

$$P(X \geq 6.5) \quad = \quad P\left(\frac{X-5}{\sqrt{2.5}} \geq \frac{6.5-5}{\sqrt{2.5}}\right) \quad = \quad P(Z \geq 0,94) \quad = \quad 0.174$$

Exemplo simulado 2

- Suponha novamente $Y \sim Bin(10, 1/2)$. Calcule $P(3 < Y \leq 6)$.

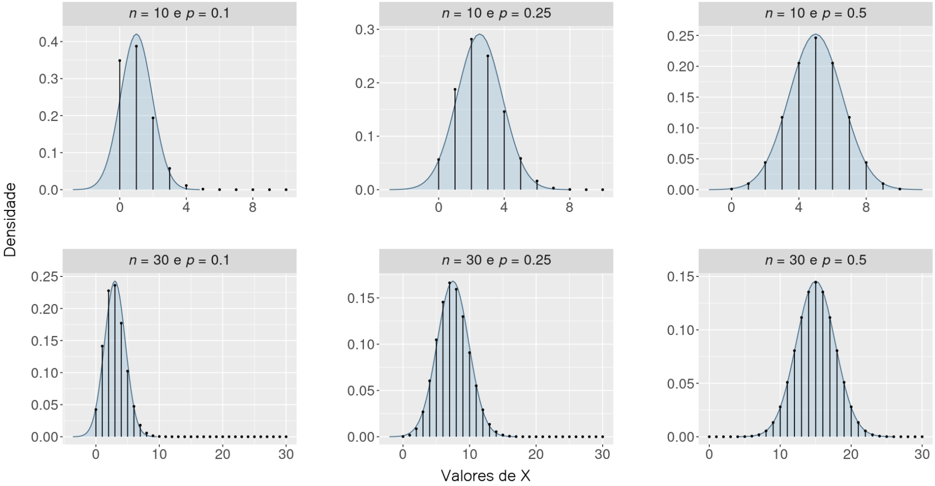
$$P(3 < Y \leq 6) \quad \simeq \quad P(3,5 < X \leq 6,5)$$



- Aproximando pela curva normal temos:

$$P(3,5 \leq X \leq 6,5) \quad = \quad P\left(\frac{3.5-5}{1.58} \leq Z \leq \frac{6.5-5}{1.58}\right) \quad = \quad 0,653$$

Aproximação da Binomial pela Normal



Aproximação da Poisson pela Normal

Exemplo: buracos na rodovia

- Número de buracos **por km** em uma rodovia.

Exemplo: terremotos

- Número de terremotos que ocorrem em **dois anos**.

Distribuição de Poisson

Definição: Uma v.a. X tem distribuição de Poisson com taxa média de ocorrências, $\lambda > 0$, se sua função de probabilidade for:

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}, & \text{se } x = 0, 1, 2 \ldots \\ \\ 0, & \text{caso contrário .} \end{cases}$$

Notação: $X \sim Pois(\lambda)$

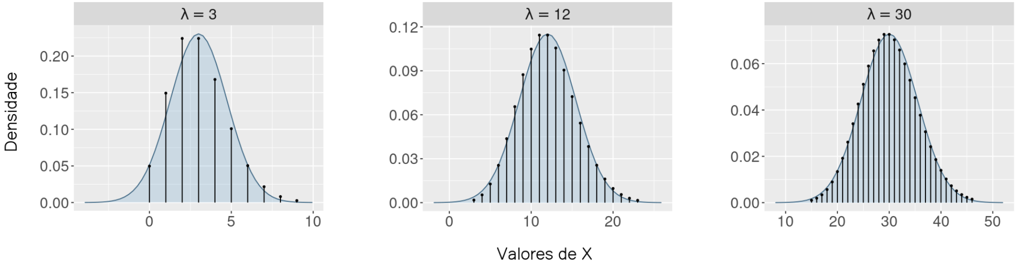
$$\mathbb{E}(X) = \lambda \qquad e \qquad \mathbb{V}ar(X) = \lambda$$

Aproximação da Poisson pela Normal

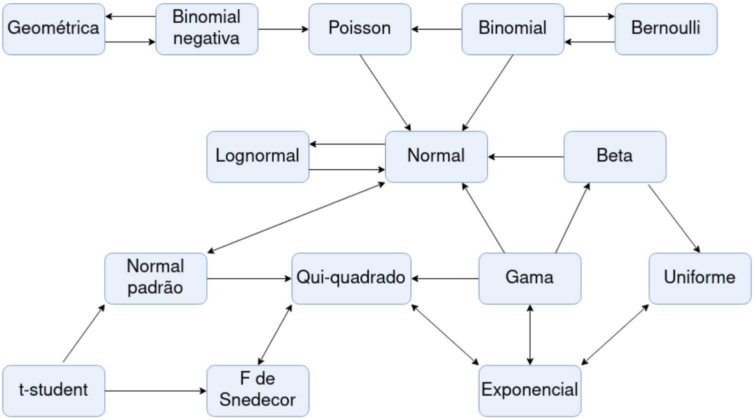
- Seja W com distribuição de Poisson com parâmetro λ.

$$W \sim Pois(\lambda)$$

$$X \sim N[\,\lambda\,,\,\lambda\,]$$



Outras aproximações



Referências

- Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).

- Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008 (6ª edição).

- **Algumas das figuras desta apresentação foram retiradas do livro "Estatística Básica" (Bussab & Morettin, 2006).**