Tamanho de amostra

Parte 2

Prof.: Eduardo Vargas Ferreira

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

DEST
Departamento de Estatística

O que vimos na aula passada

IC com σ conhecido:

$$IC_{1-\alpha}(\mu) = \left[\overline{X} \pm z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

Tamanho da amostra:

$$n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{e} \right)^2$$

IC para proporção:

$$IC_{1-\alpha}(p) = \left[\hat{p} \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$

Tamanho da amostra:

$$n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2}}{e} \right)^2 \cdot p(1-p).$$

Tamanho de amostra para média quando σ é desconhecido

Tamanho da amostra quando σ é desconhecido

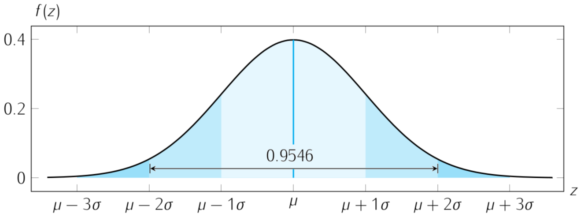
1. Estime S^2 através de uma amostra piloto

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2$$

IC com σ desconhecido:

$$IC_{1-\alpha}(\mu) = \left[\,\overline{X} \pm t_{1-\alpha/2,n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}\,\right]$$

2. Use a **regra empírica da amplitude:**



$$4\sigma = (\mu + 2\sigma) - (\mu - 2\sigma)$$

$$4\sigma = X_{(n)} - X_{(1)}$$

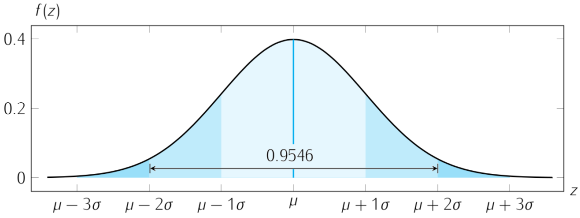
$$\tilde{\sigma} = \frac{X_{(n)} - X_{(1)}}{4}$$

Exemplo: custo com a educação dos filhos

- Deseja-se estimar o custo mensal com a educação dos filhos. Quantas famílias devem ser selecionadas para que a média amostral esteja a menos de $R\$$ 30 da média populacional com 90% de confiança?

$$P\left(\mid \bar{X} - \mu \mid \; \leq \; 30 \right) = 90\%$$

- **Observação:** Sabe-se que estes gastos estão entre $R\$$ 800 e $R\$$ 1200 em 95% das vezes.



$$\begin{aligned}(\mu + 2\sigma) - (\mu - 2\sigma) &= 1200 - 800\\ 4\sigma &= 400\\ \tilde{\sigma} &= 100\end{aligned}$$

Solução

- Inicialmente, vamos padronizar:

$$P\left(\,|\,\bar{X}-\mu\,|\;\leq\;30\,\right)\;=\;P\left(\frac{-30}{\tilde{\sigma}/\sqrt{n}}\leq\frac{\bar{X}-\mu}{\tilde{\sigma}/\sqrt{n}}\;\leq\;\frac{30}{\tilde{\sigma}/\sqrt{n}}\right)\;=\;90\%$$

$$=\;P\left(\underbrace{\frac{-30}{100/\sqrt{n}}}_{-1.64}\leq\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\;\leq\;\underbrace{\frac{30}{100/\sqrt{n}}}_{1.64}\right)$$

- Assim, temos:

$$\frac{-30}{100/\sqrt{n}}=-1.64\quad\rightarrow\quad n\;=\;\left(\frac{1.64\times 100}{30}\right)^2\approx 31$$

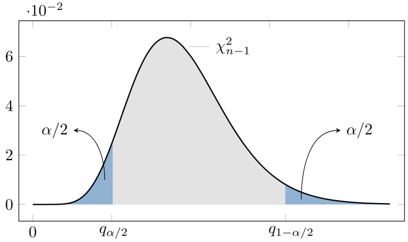
Tamanho de amostra para a variância

Tamanho da amostra para a variância

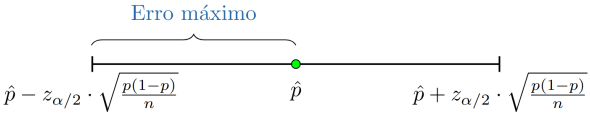
- Já vimos em aulas anteriores que intervalo de confiança para a variância não é simétrico.

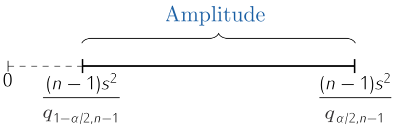
IC para a variância:

$$IC_{1-\alpha}(\sigma^2) = \left[\frac{(n-1)S^2}{q_{1-\alpha/2,n-1}}; \ \frac{(n-1)S^2}{q_{\alpha/2,n-1}} \right]$$



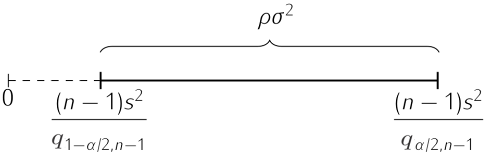
- Assim, agora não nos baseamos mais no erro máximo, mas sim na amplitude.





Ideia do método

- Definir como aceitável uma amplitude de intervalo que seja uma proporção da variância, $\rho\sigma^2$.



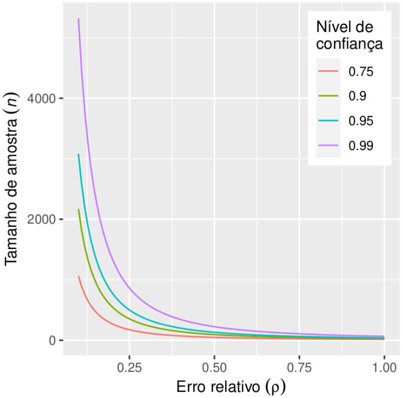
$$\Rightarrow \quad \frac{(n-1)s^2}{q_{\alpha/2,n-1}} - \frac{(n-1)s^2}{q_{1-\alpha/2,n-1}} \leq \rho s^2$$

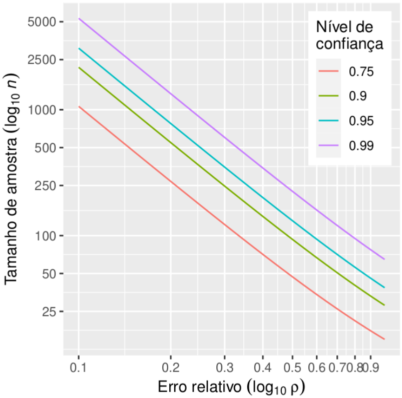
- Simplificando os termos, precisamos encontrar n tal que:

$$(n-1)\left(\frac{1}{q_{1-\alpha/2,n-1}} - \frac{1}{q_{\alpha/2,n-1}}\right) \leq \rho.$$

Curvas para determinar o tamanho da amostra

- Não é possível expressar n analiticamente, pois o n depende de $q_{\alpha/2,n-1}$ e vice-versa. Assim, o cálculo é feito por algum algoritmo.





Referências

- Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).

- Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008.