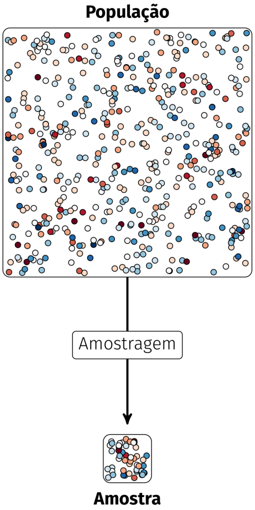
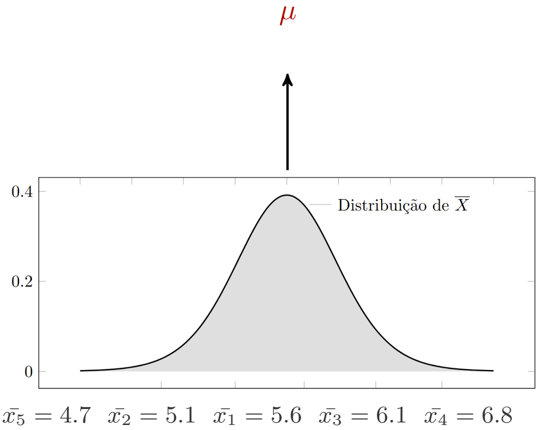
Distribuição amostral

Parte 4

Prof.: Eduardo Vargas Ferreira

Distribuição amostral da média

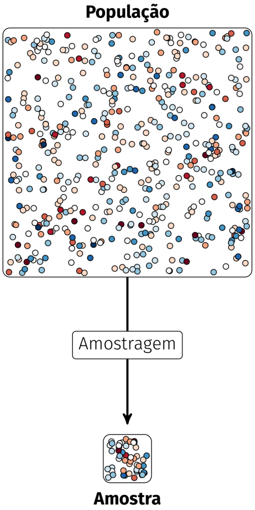


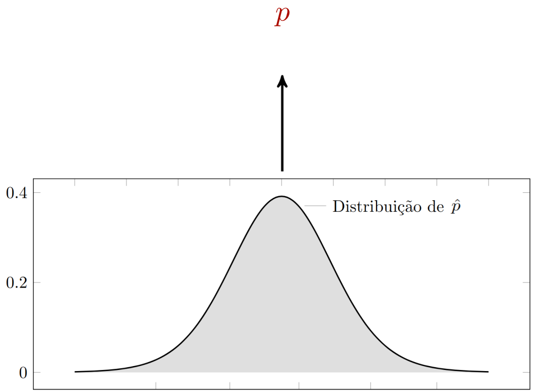


Parâmetros e Estatísticas

Denominação	População	Amostra
Média	μ	$\overline{X} = \sum \frac{X_i}{n}$
Variância	σ^2	$S^2 = \sum \frac{\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{(n-1)}$
Proporção	p	$\hat{p}$
Mediana	Q_2	q_2
Intervalo inter-quartil	$d_Q = Q_3 - Q_1$	$d_q = q_3 - q_1$
Função de densidade	$f(x)$	histograma
Função de distribuição	$F(x)$	$F_e(x)$

Distribuição amostral da média





$\hat{p_5} = 0.47$ $\hat{p_2} = 0.54$ $\hat{p_1} = 0.61$ $\hat{p_3} = 0.70$ $\hat{p_4} = 0.72$

Parâmetros e Estatísticas

Denominação	População	Amostra
Média	μ	$\overline{X} = \sum \frac{X_i}{n}$
Variância	σ^2	$S^2 = \sum \frac{\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{(n-1)}$
Proporção	p	$\hat{p}$
Mediana	Q_2	q_2
Intervalo inter-quartil	$d_Q = Q_3 - Q_1$	$d_q = q_3 - q_1$
Função de densidade	$f(x)$	histograma
Função de distribuição	$F(x)$	$F_e(x)$

Distribuição amostral da média

- Vimos até agora que conhecendo a variância populacional, σ^2, pelo TCL

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

$$\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \sim N(0,1)$$

- Mas quando $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, com σ^2 **desconhecido**, aproximamos essa quantidade através da variância amostral, S^2, chegando em

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1} \quad \text{em que} \quad S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2$$

Parâmetros e Estatísticas

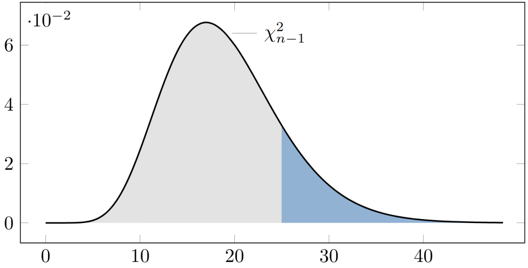
Denominação	População	Amostra
Média	μ	$\overline{X} = \sum \frac{X_i}{n}$
Variância	σ^2	$S^2 = \sum \frac{\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{(n-1)}$
Proporção	p	$\hat{p}$
Mediana	Q_2	q_2
Intervalo inter-quartil	$d_Q = Q_3 - Q_1$	$d_q = q_3 - q_1$
Função de densidade	$f(x)$	histograma
Função de distribuição	$F(x)$	$F_e(x)$

Distribuição amostral para variância

Distribuição χ^2

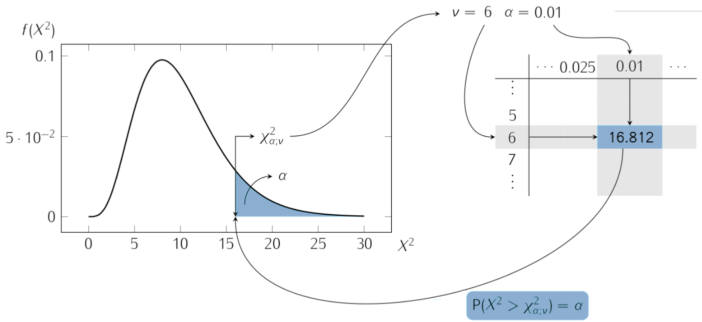
- Se $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, então

$$(n-1)\frac{S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}, \quad \text{em que} \quad S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2.$$



1. Independência em tabelas de contingência.
2. Bondade de ajuste.
3. Razão de verossimilhanças.
4. Log-rank.
5. Cochran-Mantel-Haenszel.

Tabela χ^2



Pontos percentuais da distribuição χ^2 com áreas na calda direita.

ν/α	$\alpha = 0.995$	0.99	0.975	0.95	0.9	0.5	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
$\nu = 1$	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	4.351	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	5.348	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	6.346	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	7.344	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955

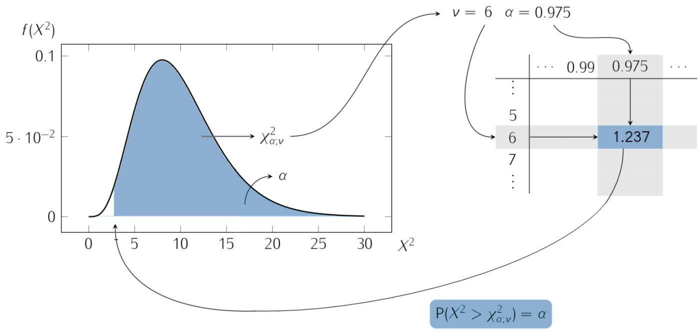
Exemplo: bateria para celular

- Uma bateria de celular dura, em média, 60 horas com desvio-padrão de 4 horas. Selecionou-se aleatoriamente 7 baterias. Supondo normalidade na sua duração.

Qual a probabilidade da variância amostral ser maior do que 3.2 horas.

$$
\begin{aligned}
P\left[S^2 > 3.2\right] &= P\left[(n-1)\frac{S^2}{\sigma^2} > (n-1)\frac{3.2}{\sigma^2}\right] \\
&= P\left[\chi^2_{7-1} > (7-1)\frac{3.2}{16}\right] \\
&= P\left[\chi^2_{7-1} > 1.2\right]
\end{aligned}
$$

Exemplo: bateria para celular



Pontos percentuais da distribuição χ^2 com áreas na calda direita.

ν/α	$\alpha = 0.995$	0.99	0.975	0.95	0.9	0.5	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
$\nu = 1$	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	4.351	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	5.348	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	6.346	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	7.344	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955

Exemplo: bateria para celular

- Uma bateria de celular dura, em média, 60 horas com desvio-padrão de 4 horas. Selecionou-se aleatoriamente 7 baterias. Supondo normalidade na sua duração.

Qual a probabilidade da variância amostral ser maior do que 3.2 horas.

$$
\begin{aligned}
P\left[S^2 > 3.2\right] &= P\left[(n-1)\frac{S^2}{\sigma^2} > (n-1)\frac{3.2}{\sigma^2}\right] \\
&= P\left[\chi^2_{7-1} > (7-1)\frac{3.2}{16}\right] \\
&= P\left[\chi^2_{7-1} > 1.2\right] \approx 0.975
\end{aligned}
$$

Parâmetros e Estatísticas

Denominação	População	Amostra
Média	μ	$\overline{X} = \sum \frac{X_i}{n}$
Variância	σ^2	$S^2 = \sum \frac{\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{(n-1)}$
Proporção	p	$\hat{p}$
Mediana	Q_2	q_2
Intervalo inter-quartil	$d_Q = Q_3 - Q_1$	$d_q = q_3 - q_1$
Função de densidade	$f(x)$	histograma
Função de distribuição	$F(x)$	$F_e(x)$

Referências

- Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).
- Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008.