Testes de hipótese

Parte 10

Prof.: Eduardo Vargas Ferreira

Teste de hipótese para a razão de variâncias de duas populações

Distribuição amostral

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad vs \quad H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$\rightarrow$$

$$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \quad vs \quad H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$$

- Precisamos encontrar a **distribuição amostral da razão de variâncias**, da mesma forma que fizemos nas aulas passadas:

$$\frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \;\downarrow\; N(0,1)$$

$$\frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\hat{s}^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \;\downarrow\; t_\nu$$

$$\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \;\downarrow\; N(0,1)$$

Estatística de teste

- Considerando duas populações X_1 e X_2 com médias μ_1 e μ_2, e variâncias σ_1^2 e σ_2^2, ou seja

$$X_1 \sim \mathrm{N}(\mu_1, \sigma_1^2) \qquad \text{e} \qquad X_2 \sim \mathrm{N}(\mu_2, \sigma_2^2).$$

- Utilizamos a **estatística de teste**

$$\frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} \quad \overset{sob\ H_0}{=} \quad \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad \sim \quad F_{\,n_1-1, n_2-1}$$

- **Assim, se essa razão for próxima de 1, então elas são aproximadamente iguais.**

Exemplo: variação em moedas de quarto de dólar

- As moedas de quarto de dólar sofreram alterações no peso depois de 1964. Dessa forma, ao se projetar uma máquina de vendas com moedas, deve-se considerar os desvios-padrão antes e depois dessa data.

G_1. Uma amostra de 40 moedas fabricadas antes de 1964 apresentou um desvio-padrão de 0.087 g;

G_2. Outra amostra de 40 moedas fabricadas depois de 1964 resultou em um desvio-padrão de 0.06194 g.

Verifique se pesos das moedas antes e depois de 1964 advêm de populações com o mesmo desvio-padrão, ao nível de 5%.

Exemplo: variação em moedas de quarto de dólar

1. Definição das hipóteses

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad \text{vs} \quad H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

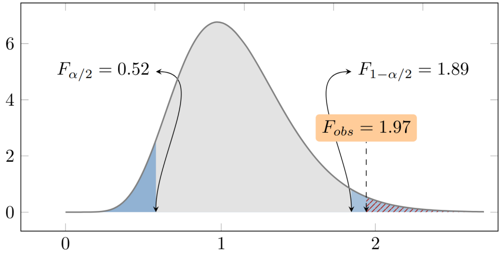
$$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \quad \text{vs} \quad H_a : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$$

4. Determinação da região crítica:

$$\text{RC} = \{F < 0.529 \;\; \text{ou} \;\; F > 1.891\}.$$

5. Cálculo da estatística de teste:

$$F_{obs.} = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{0.087^2}{0.061^2} = 1.973.$$



6. Conclusão: $F \in \text{RC}$, portanto rejeita-se H_0.

$$\begin{aligned} \text{P-valor} &= 2 \times \text{P}\,(F > 1.973 \mid H_0) \\ &= 0.036 \end{aligned}$$

Referências

- Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).
- Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008.