Testes de hipótese

Parte 3

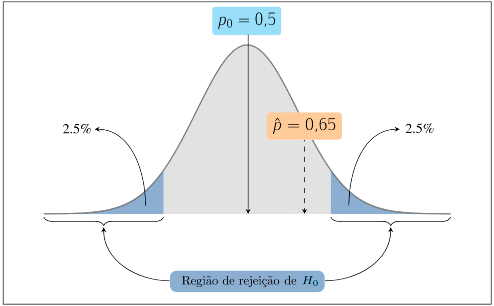
Prof.: Eduardo Vargas Ferreira

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
DEST
Departamento de Estatística

Procedimentos gerais para um teste de hipótese

1. Definir a hipótese nula (H_0) e a alternativa (H_1).
2. Com base em H_1, definir o tipo de teste.
3. Definir um nível de significância α, análogo o nível de confiança $100(1-\alpha)\%$ do IC.
4. Determinar a região crítica (região de rejeição) baseado na distribuição amostral, sob H_0.
5. Calcular a estatística de teste, com base na sua distribuição amostral sob a hipótese nula.
6. Conclusão.

$$H_0: \; p = 0.5 \quad vs \quad H_1: \; p \neq 0.5$$

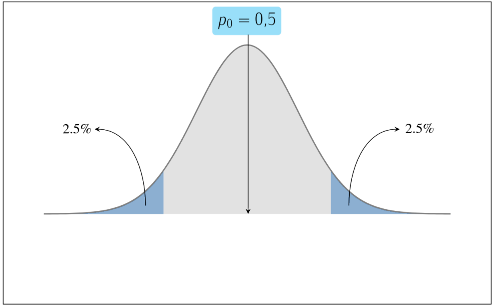


Se $\hat{p} = 0.65$, existe evidência para rejeitar H_0 ao nível de significância de 5%?

Procedimentos gerais para um teste de hipótese

1. Definir a hipótese nula (H_0) e a alternativa (H_1).
2. Com base em H_1, definir o tipo de teste.
3. Definir um nível de significância α, análogo o nível de confiança $100(1-\alpha)\%$ do IC.
4. Determinar a região crítica (região de rejeição) baseado na distribuição amostral, sob H_0.
5. Calcular a estatística de teste, com base na sua distribuição amostral sob a hipótese nula.
6. Conclusão.

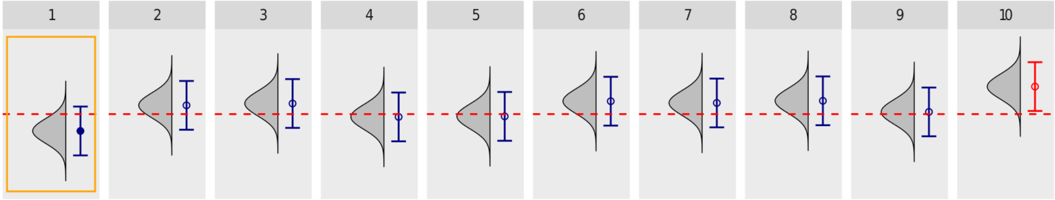
$$H_0: \ p = 0.5 \quad vs \quad H_1: \ p \neq 0.5$$



Se $\hat{p} = 0.65$, existe evidência para rejeitar H_0 ao nível de significância de 5%?

Interpretação do intervalo de confiança

- Suponha um intervalo para μ com 90%. Ou seja, $\mathrm{IC}_{0.90}(\mu) = [c_1\ ,\ c_2]$.



Interpretação errada

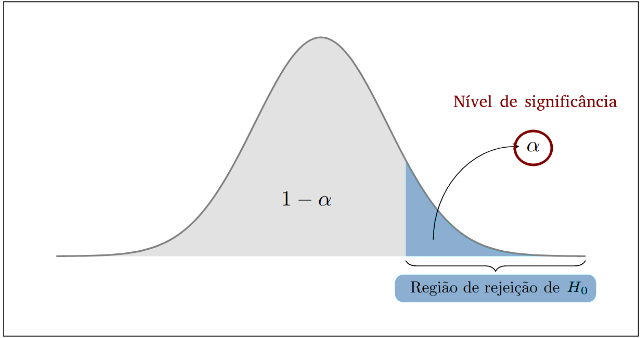
Temos 90% de confiança de que **a média populacional** μ se encontra entre c_1 e c_2.

Interpretação certa

Temos 90% de confiança de que **o intervalo** entre c_1 e c_2 contém a média populacional μ.

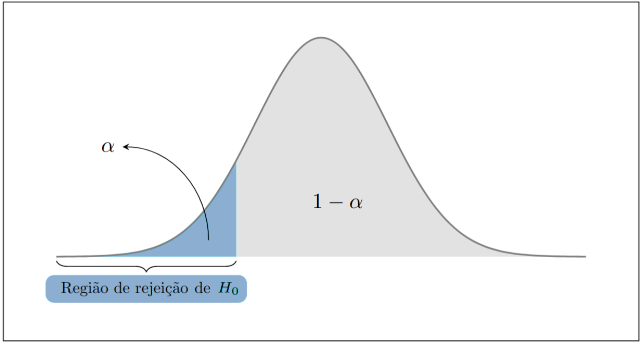
Teste unilateral à direita

$$H_0 : \theta = \theta_0 \qquad vs \qquad H_1 : \theta > \theta_0$$



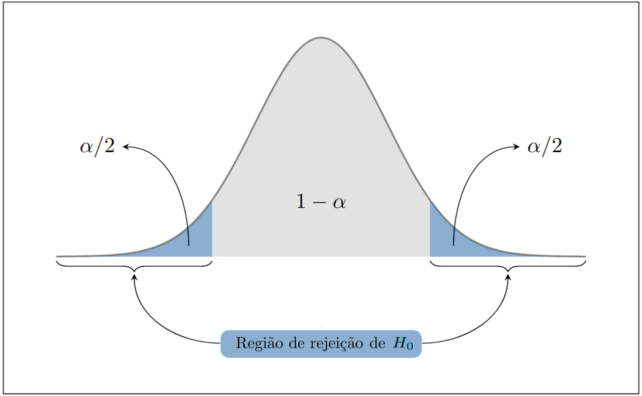
Teste unilateral à esquerda

$$H_0 : \theta = \theta_0 \quad vs \quad H_1 : \theta < \theta_0$$



Teste bilateral

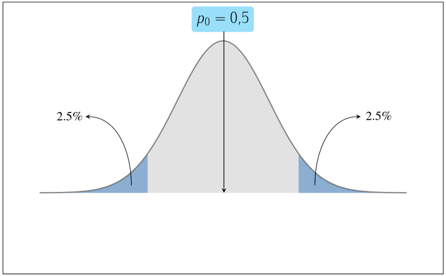
$$H_0 : \theta = \theta_0 \quad vs \quad H_1 : \theta \neq \theta_0$$



Nível de significância e definição dos erros

- Para entendermos o que é o nível de significância (α), precisamos saber que, ao realizar um teste de hipótese, estamos sujeitos a dois tipos de erros.

	H_o **verdadeira**	H_o **falsa**
Não rejeitar H_0	Decisão correta	**Erro Tipo II**
Rejeitar H_0	**Erro Tipo I**	Decisão correta



- **Erro Tipo I:** rejeitar H_0, quando H_0 é verdadeira (falso negativo).

- **Erro Tipo II:** não rejeitar H_0, quando H_0 é falsa (falso positivo).

Exemplo: medicamento genérico

- Deseja-se avaliar se um medicamento genérico tem o mesmo efeito do “original”.

Não tem o mesmo efeito	**Tem o mesmo efeito**
$\mu \leq 0.8$	$\mu > 0.8$

Nível de significância e definição dos erros

- Definimos por α e β as probabilidades de cometer os erros do tipo I e II:

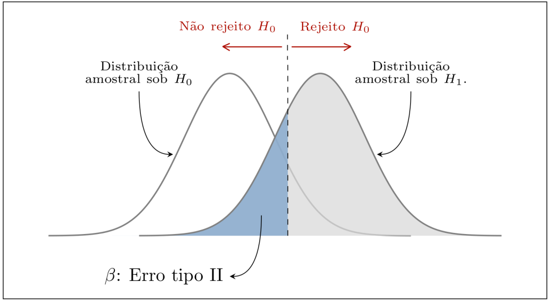
$$\begin{aligned} \alpha &= \text{P(erro tipo I)} \\ &= \text{P(rejeitar } H_0 \,|\, H_0 \text{ verdadeira)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= \text{P(erro tipo II)} \\ &= \text{P(não rejeitar } H_0 \,|\, H_0 \text{ falsa)} \end{aligned}$$

Exemplo:

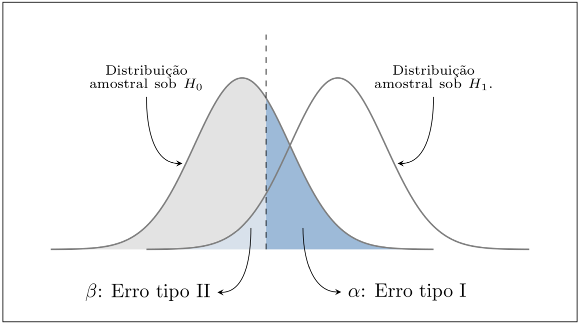
Seja $\bar{X} \sim N(\mu, 1)$, e queremos testar:

$$H_0: \ \mu = 2 \quad vs \quad H_1: \ \mu = 4$$



Nível de significância e definição dos erros

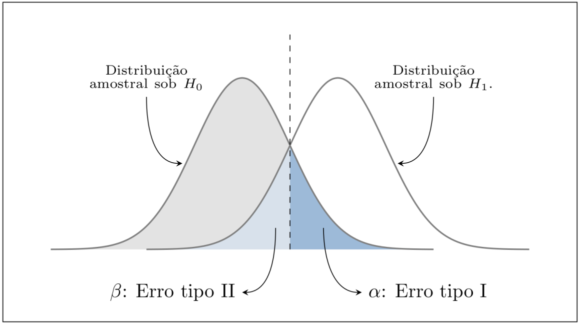
- A situação ideal é aquela em que ambas as probabilidades, α e β, são próximas de zero. No entanto, à medida que diminuimos α, a probabilidade β aumenta.



- Por isso, na prática, fixamos α e minimizamos β.

Nível de significância e definição dos erros

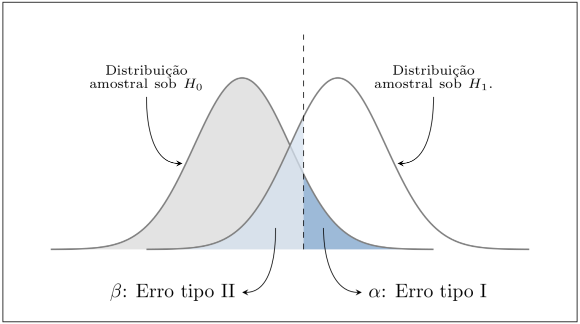
- A situação ideal é aquela em que ambas as probabilidades, α e β, são próximas de zero. No entanto, à medida que diminuimos α, a probabilidade β aumenta.



- Por isso, na prática, fixamos α e minimizamos β.

Nível de significância e definição dos erros

- A situação ideal é aquela em que ambas as probabilidades, α e β, são próximas de zero. No entanto, à medida que diminuimos α, a probabilidade β aumenta.



- Por isso, na prática, fixamos α e minimizamos β.

Exemplos de hipóteses nula e alternativa

1. Num júri, um indivíduo está sendo julgado por um crime. As hipóteses sujeitas ao júri são:

   H_0 : O acusado é inocente;

   H_1 : O acusado é culpado.

2. Um operador de radar deve detectar aeronaves inimigas. Surgindo algo estranho, ele decide:

   H_0 : Tudo bem, apenas uma leve interferência.

   H_1 : Está começando um ataque.

Exemplo: resistência de lajotas

- Um fabricante introduziu um material na fabricação de lajotas, e acredita que aumentará a resistência média, que é de 206 kg. A resistência tem distribuição normal com desvio-padrão de 12 kg.

- Em uma amostra de 30 lajotas obteve-se $\bar{x} = 210$ kg. Pode-se afirmar que a resistência média aumentou, ao nível de 10%?

Resposta:

1. Definição das hipóteses:

$$H_0: \ \mu = 206 \quad vs \quad H_1: \ \mu > 206.$$

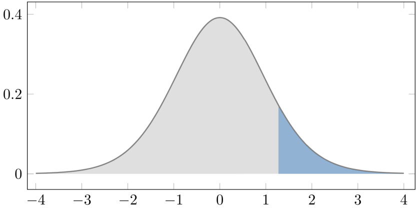
Exemplo: resistência de lajotas

- Um fabricante introduziu um material na fabricação de lajotas, e acredita que aumentará a resistência média, que é de 206 kg. A resistência tem distribuição normal com desvio-padrão de 12 kg.

- Em uma amostra de 30 lajotas obteve-se $\bar{x} = 210$ kg. Pode-se afirmar que a resistência média aumentou, ao nível de 10%?

Resposta:

2. Definir o tipo de teste: unilateral à direita.



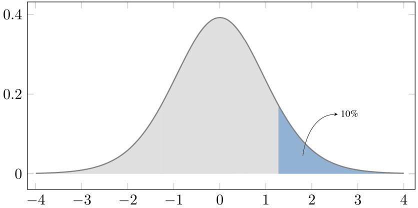
Exemplo: resistência de lajotas

- Um fabricante introduziu um material na fabricação de lajotas, e acredita que aumentará a resistência média, que é de 206 kg. A resistência tem distribuição normal com desvio-padrão de 12 kg.

- Em uma amostra de 30 lajotas obteve-se $\bar{x} = 210$ kg. Pode-se afirmar que a resistência média aumentou, ao nível de 10%?

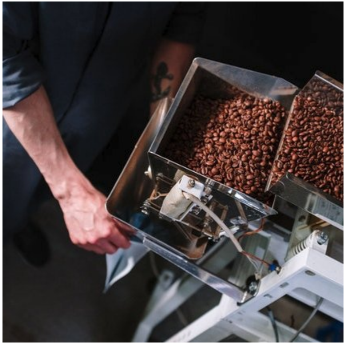
Resposta:

3. Definição do nível de significância: $\alpha = 10\%$.



Exemplo: máquina de empacotar

- Uma empacotadora de café está calibrada se houver 700 g em cada embalagem. A fim de verificar o funcionamento da máquina, foi coletado uma amostra de 40 pacotes, resultando em $\bar{x} = 698$.



- Considerando $\sigma = 10$ g, teste a hipótese do peso médio das embalagens ser 700 g, com um nível de significância de 5%.

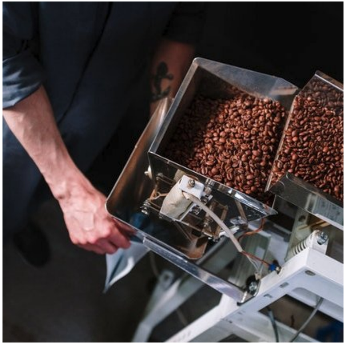
Resposta:

1. Definição das hipóteses:

$$H_0: \ \mu = 700 \quad vs \quad H_1: \ \mu \neq 700.$$

Exemplo: máquina de empacotar

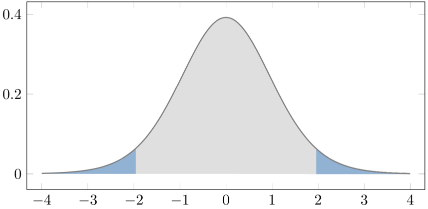
- Uma empacotadora de café está calibrada se houver 700 g em cada embalagem. A fim de verificar o funcionamento da máquina, foi coletado uma amostra de 40 pacotes, resultando em $\bar{x} = 698$.



- Considerando $\sigma = 10$ g, teste a hipótese do peso médio das embalagens ser 700 g, com um nível de significância de 5%.

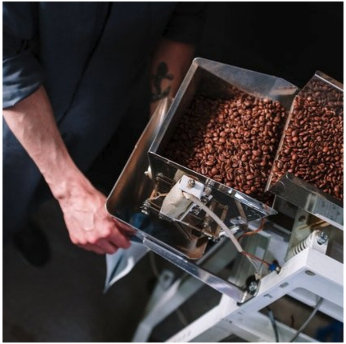
Resposta:

2. Definir o tipo de teste: teste bilateral.



Exemplo: máquina de empacotar

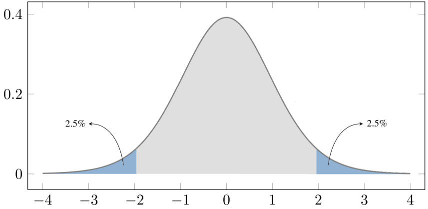
- Uma empacotadora de café está calibrada se houver 700 g em cada embalagem. A fim de verificar o funcionamento da máquina, foi coletado uma amostra de 40 pacotes, resultando em $\bar{x} = 698$.



- Considerando $\sigma = 10$ g, teste a hipótese do peso médio das embalagens ser 700 g, com um nível de significância de 5%.

Resposta:

3. Definição do nível de significância: $\alpha = 5\%$.



Referências

- Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).
- Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008.