Testes de hipótese

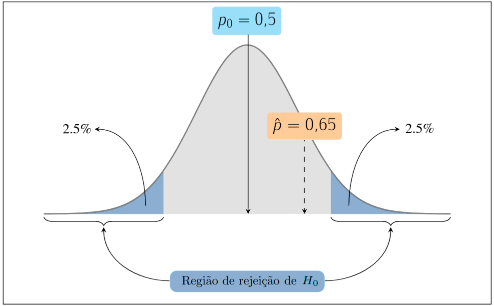
Parte 4

Prof.: Eduardo Vargas Ferreira

Procedimentos gerais para um teste de hipótese

1. Definir a hipótese nula (H_0) e a alternativa (H_1).
2. Com base em H_1, definir o tipo de teste.
3. Definir um nível de significância α, análogo o nível de confiança $100(1-\alpha)\%$ do IC.
4. Determinar a região crítica (região de rejeição) baseado na distribuição amostral, sob H_0.
5. Calcular a estatística de teste, com base na sua distribuição amostral sob a hipótese nula.
6. Conclusão.

$$H_0 : \; p = 0.5 \quad vs \quad H_1 : \; p \neq 0.5$$

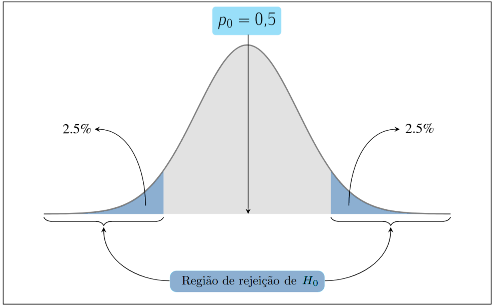


Se $\hat{p} = 0.65$, existe evidência para rejeitar H_0 ao nível de significância de 5%?

Procedimentos gerais para um teste de hipótese

1. Definir a hipótese nula (H_0) e a alternativa (H_1).
2. Com base em H_1, definir o tipo de teste.
3. Definir um nível de significância α, análogo o nível de confiança $100(1-\alpha)\%$ do IC.
4. Determinar a região crítica (região de rejeição) baseado na distribuição amostral, sob H_0.
5. Calcular a estatística de teste, com base na sua distribuição amostral sob a hipótese nula.
6. Conclusão.

$$H_0: \ p = 0.5 \quad vs \quad H_1: \ p \neq 0.5$$



Se $\hat{p} = 0.65$, existe evidência para rejeitar H_0 ao nível de significância de 5%?

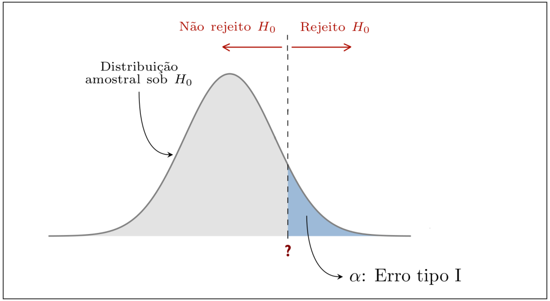
Determinação da região crítica

- A estatística de teste é um valor usado para tomar a decisão sobre H_0, **supondo ela verdadeira**.

$$H_0: \ \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1: \ \mu > \mu_0$$

$$H_0: \ p = p_0 \quad vs \quad H_1: \ p > p_0$$

$$H_0: \ \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad vs \quad H_1: \ \sigma^2 > \sigma_0^2$$



Relembrando de intervalos de confiança

- Fixando a probabilidade em $1-\alpha$, queremos encontrar os pontos c_1 e c_2, tal que

$$P(\ c_1 \ < \mu \ < c_2\ ) = 1 - \alpha.$$

$$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \qquad \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1} \qquad \frac{\hat{p}-p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \sim N(0,1)$$

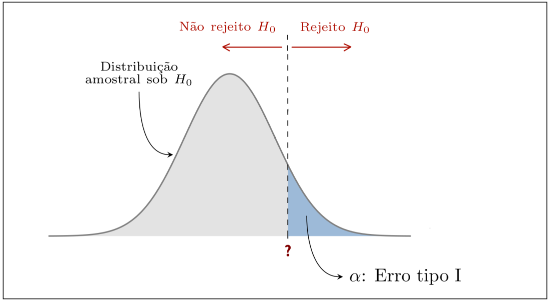
$$P(\ c_1 \ < \sigma^2 \ < c_2\ ) = 1 - \alpha.$$

$$(n-1)\frac{S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

Determinação da região crítica

- A estatística de teste é um valor usado para tomar a decisão sobre H_0, **supondo ela verdadeira**.

$$H_0: \ \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1: \ \mu > \mu_0$$

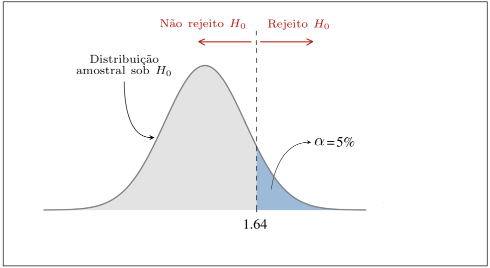


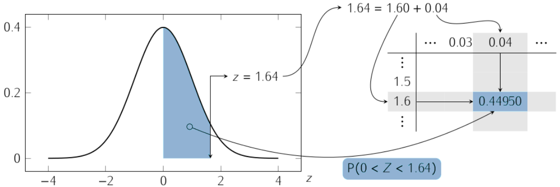
Estatística de teste para a média μ

- $\dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$
- $\dfrac{\overline{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

Determinação da região crítica

$$H_0: \ \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1: \ \mu > \mu_0$$





Probabilidades para a distribuição normal padrão.

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
0.00	0.000000	0.003989	0.007978	0.011966	0.015953	0.019939	0.023922	0.027903
0.10	0.039828	0.043795	0.047758	0.051717	0.055670	0.059618	0.063559	0.067495
0.20	0.079260	0.083166	0.087064	0.090954	0.094835	0.098706	0.102568	0.106420
0.30	0.117911	0.121720	0.125516	0.129300	0.133072	0.136831	0.140576	0.144309
0.40	0.155422	0.159097	0.162757	0.166402	0.170031	0.173645	0.177242	0.180822
0.50	0.191462	0.194974	0.198468	0.201944	0.205401	0.208840	0.212260	0.215661
0.60	0.225747	0.229069	0.232371	0.235653	0.238914	0.242154	0.245373	0.248571
0.70	0.258036	0.261148	0.264238	0.267305	0.270350	0.273373	0.276373	0.279350
0.80	0.288145	0.291030	0.293892	0.296731	0.299546	0.302337	0.305105	0.307850
0.90	0.315940	0.318589	0.321214	0.323814	0.326391	0.328944	0.331472	0.333977
1.00	0.341345	0.343752	0.346136	0.348495	0.350830	0.353141	0.355428	0.357690
1.10	0.364334	0.366500	0.368643	0.370762	0.372857	0.374928	0.376976	0.379000
1.20	0.384930	0.386861	0.388768	0.390651	0.392512	0.394350	0.396165	0.397958
1.30	0.403200	0.404902	0.406582	0.408241	0.409877	0.411492	0.413085	0.414657
1.40	0.419243	0.420730	0.422196	0.423641	0.425066	0.426471	0.427855	0.429219
1.50	0.433193	0.434478	0.435745	0.436992	0.438220	0.439429	0.440620	0.441792
1.60	0.445201	0.446301	0.447384	0.448449	0.449497	0.450529	0.451543	0.452540
1.70	0.455435	0.456367	0.457284	0.458185	0.459070	0.459941	0.460796	0.461636

Exemplo: resistência de lajotas

- Um fabricante introduziu um material na fabricação de lajotas, e acredita que aumentará a resistência média, que é de 206 kg. A resistência tem distribuição normal com desvio-padrão de 12 kg.

- Em uma amostra de 30 lajotas obteve-se $\bar{x} = 210$ kg. Pode-se afirmar que a resistência média aumentou, ao nível de 10%?

Resposta:

1. Definição das hipóteses:

$$H_0: \ \mu = 206 \quad vs \quad H_1: \ \mu > 206.$$

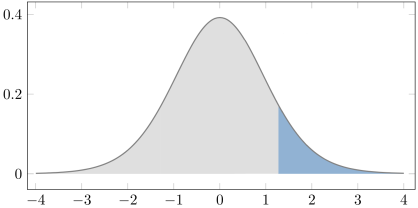
Exemplo: resistência de lajotas

- Um fabricante introduziu um material na fabricação de lajotas, e acredita que aumentará a resistência média, que é de 206 kg. A resistência tem distribuição normal com desvio-padrão de 12 kg.

- Em uma amostra de 30 lajotas obteve-se $\bar{x} = 210$ kg. Pode-se afirmar que a resistência média aumentou, ao nível de 10%?

Resposta:

2. Definir o tipo de teste: unilateral à direita.



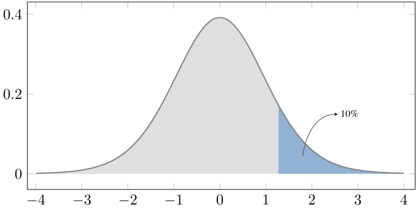
Exemplo: resistência de lajotas

- Um fabricante introduziu um material na fabricação de lajotas, e acredita que aumentará a resistência média, que é de 206 kg. A resistência tem distribuição normal com desvio-padrão de 12 kg.

- Em uma amostra de 30 lajotas obteve-se $\bar{x} = 210$ kg. Pode-se afirmar que a resistência média aumentou, ao nível de 10%?

Resposta:

3. Definição do nível de significância: $\alpha = 10\%$.



Exemplo: resistência de lajotas

- Um fabricante introduziu um material na fabricação de lajotas, e acredita que aumentará a resistência média, que é de 206 kg. A resistência tem distribuição normal com desvio-padrão de 12 kg.

- Em uma amostra de 30 lajotas obteve-se $\bar{x} = 210$ kg. Pode-se afirmar que a resistência média aumentou, ao nível de 10%?

Resposta:

4. Determinação da região crítica:

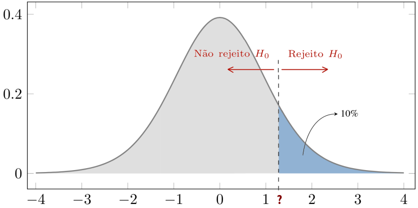
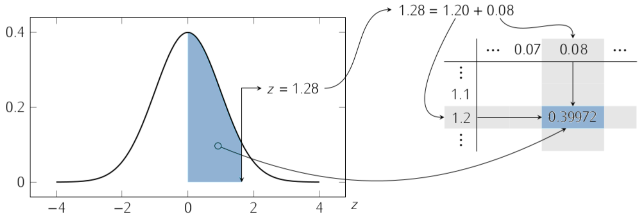


Tabela Normal



Probabilidades para a distribuição normal padrão.

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.00	0.000000	0.003989	0.007978	0.011966	0.015953	0.019939	0.023922	0.027903	0.031881	0.035856
0.10	0.039828	0.043795	0.047758	0.051717	0.055670	0.059618	0.063559	0.067495	0.071424	0.075345
0.20	0.079260	0.083166	0.087064	0.090954	0.094835	0.098706	0.102568	0.106420	0.110261	0.114092
0.30	0.117911	0.121720	0.125516	0.129300	0.133072	0.136831	0.140576	0.144309	0.148027	0.151732
0.40	0.155422	0.159097	0.162757	0.166402	0.170031	0.173645	0.177242	0.180822	0.184386	0.187933
0.50	0.191462	0.194974	0.198468	0.201944	0.205401	0.208840	0.212260	0.215661	0.219043	0.222405
0.60	0.225747	0.229069	0.232371	0.235653	0.238914	0.242154	0.245373	0.248571	0.251748	0.254903
0.70	0.258036	0.261148	0.264238	0.267305	0.270350	0.273373	0.276373	0.279350	0.282305	0.285236
0.80	0.288145	0.291030	0.293892	0.296731	0.299546	0.302337	0.305105	0.307850	0.310570	0.313267
0.90	0.315940	0.318589	0.321214	0.323814	0.326391	0.328944	0.331472	0.333977	0.336457	0.338913
1.00	0.341345	0.343752	0.346136	0.348495	0.350830	0.353141	0.355428	0.357690	0.359929	0.362143
1.10	0.364334	0.366500	0.368643	0.370762	0.372857	0.374928	0.376976	0.379000	0.381000	0.382977
1.20	0.384930	0.386861	0.388768	0.390651	0.392512	0.394350	0.396165	0.397958	0.399727	0.401475
1.30	0.403200	0.404902	0.406582	0.408241	0.409877	0.411492	0.413085	0.414657	0.416207	0.417736

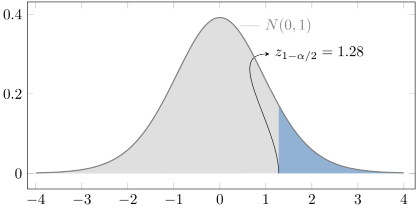
Exemplo: resistência de lajotas

- Um fabricante introduziu um material na fabricação de lajotas, e acredita que aumentará a resistência média, que é de 206 kg. A resistência tem distribuição normal com desvio-padrão de 12 kg.

- Em uma amostra de 30 lajotas obteve-se $\bar{x} = 210$ kg. Pode-se afirmar que a resistência média aumentou, ao nível de 10%?

Resposta:

4. Determinação da região crítica: $\text{RC} = \{z > 1.282\}$.



Exemplo: uso do cartão de crédito

- Deseja-se estimar a média anual de débitos no cartão de crédito nas famílias brasileiras. Uma amostra de 15 famílias forneceu média de saldos de $R\$ \ 5200,00$ e o desvio padrão de $R\$ \ 3058,00$.

- Teste a hipótese de que a média anual de débitos é de $R\$ \ 6000,00$, com nível com significância de 5%.

Resposta:

1. Definição das hipóteses:

$$H_0: \ \mu = 6000 \quad vs \quad H_1: \ \mu \neq 6000.$$

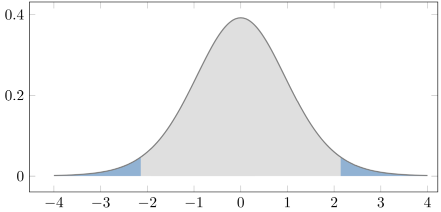
Exemplo: uso do cartão de crédito

- Deseja-se estimar a média anual de débitos no cartão de crédito nas famílias brasileiras. Uma amostra de 15 famílias forneceu média de saldos de $R\$ \ 5200,00$ e o desvio padrão de $R\$ \ 3058,00$.

- Teste a hipótese de que a média anual de débitos é de $R\$ \ 6000,00$, com nível com significância de 5%.

Resposta:

2. Definir o tipo de teste: teste bilateral.



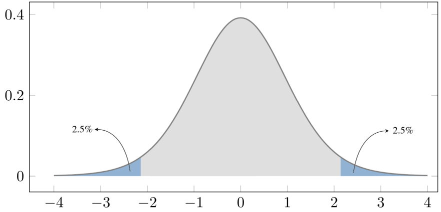
Exemplo: uso do cartão de crédito

- Deseja-se estimar a média anual de débitos no cartão de crédito nas famílias brasileiras. Uma amostra de 15 famílias forneceu média de saldos de $R\$\ 5200,00$ e o desvio padrão de $R\$\ 3058,00$.

- Teste a hipótese de que a média anual de débitos é de $R\$\ 6000,00$, com nível com significância de 5%.

Resposta:

3. Definição do nível de significância: $\alpha = 5\%$.



Exemplo: uso do cartão de crédito

- Deseja-se estimar a média anual de débitos no cartão de crédito nas famílias brasileiras. Uma amostra de 15 famílias forneceu média de saldos de $R\$ \ 5200,00$ e o desvio padrão de $R\$ \ 3058,00$.

- Teste a hipótese de que a média anual de débitos é de $R\$ \ 6000,00$, com nível com significância de 5%.

Resposta:

4. Determinação da região crítica:

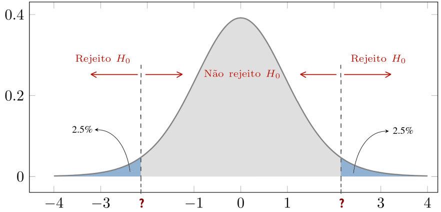
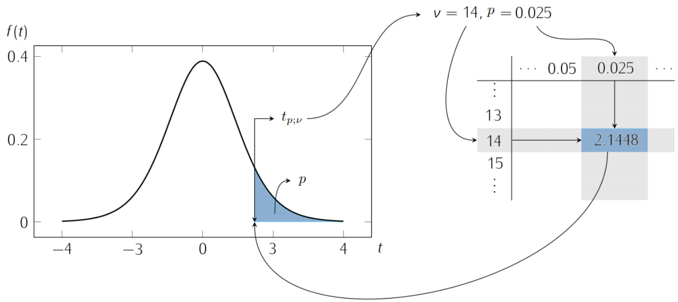


Tabela t



Pontos percentuais da distribuição t de Student com áreas na calda direita.

ν / p	0.4	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001
ν = 11	0.2596	0.6974	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	3.4966	4.0247
12	0.2590	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	3.4284	3.9296
13	0.2586	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	3.3725	3.8520
14	0.2582	0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	3.3257	3.7874
15	0.2579	0.6912	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	3.2860	3.7328
16	0.2576	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	3.2520	3.6862
17	0.2573	0.6892	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.2224	3.6458

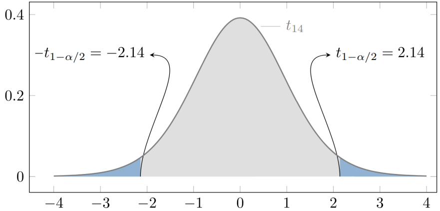
Exemplo: uso do cartão de crédito

- Deseja-se estimar a média anual de débitos no cartão de crédito nas famílias brasileiras. Uma amostra de 15 famílias forneceu média de saldos de $R\$ \, 5200,00$ e o desvio padrão de $R\$ \, 3058,00$.

- Teste a hipótese de que a média anual de débitos é de $R\$ \, 6000,00$, com nível com significância de 5%.

Resposta:

4. Determinação da região crítica: $RC = \{t < -2.14 \text{ ou } t > 2.14\}$.



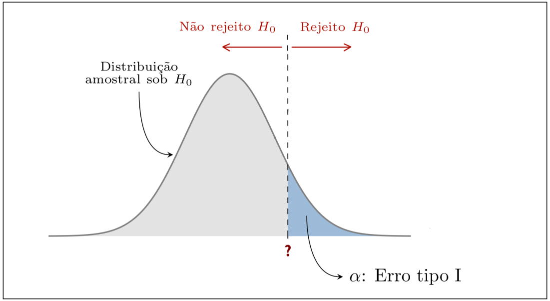
Determinação da região crítica

- A estatística de teste é um valor usado para tomar a decisão sobre H_0, **supondo ela verdadeira**.

$$H_0: \; p = p_0 \qquad vs \qquad H_1: \; p > p_0$$

Estatística de teste para a proporção p

- $$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim N(0,1).$$



Exemplo: proporção de imunizados

- Uma empresa desenvolveu uma vacina e afirma que a proporção de imunizados é maior do que 50%. Sabe-se que em uma amostra de 726 pessoas vacinadas, 668 estavam imunizadas.

- Use este resultado para testar se a proporção de imunizados é maior do que 50%, com um nível de significância de 5%

Resposta:

1. Definição das hipóteses:

$$H_0: \; p = 0.5 \quad vs \quad H_1: \; p > 0.5.$$

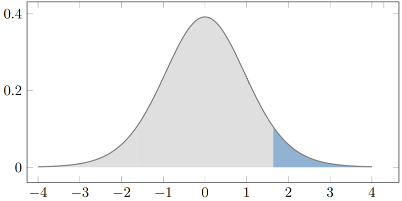
Exemplo: proporção de imunizados

- Uma empresa desenvolveu uma vacina e afirma que a proporção de imunizados é maior do que 50%. Sabe-se que em uma amostra de 726 pessoas vacinadas, 668 estavam imunizadas.

- Use este resultado para testar se a proporção de imunizados é maior do que 50%, com um nível de significância de 5%

Resposta:

2. Definir o tipo de teste: unilateral à direita.



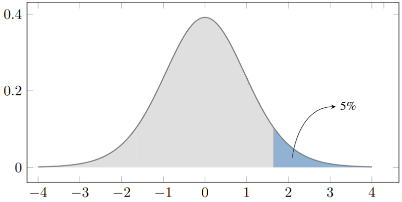
Exemplo: proporção de imunizados

- Uma empresa desenvolveu uma vacina e afirma que a proporção de imunizados é maior do que 50%. Sabe-se que em uma amostra de 726 pessoas vacinadas, 668 estavam imunizadas.

- Use este resultado para testar se a proporção de imunizados é maior do que 50%, com um nível de significância de 5%

Resposta:

3. Definição do nível de significância: $\alpha = 5\%$.



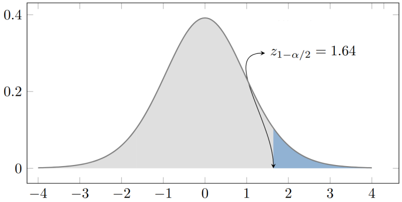
Exemplo: proporção de imunizados

- Uma empresa desenvolveu uma vacina e afirma que a proporção de imunizados é maior do que 50%. Sabe-se que em uma amostra de 726 pessoas vacinadas, 668 estavam imunizadas.

- Use este resultado para testar se a proporção de imunizados é maior do que 50%, com um nível de significância de 5%

Resposta:

4. Determinação da região crítica: $\text{RC} = \{z > 1.645\}$.



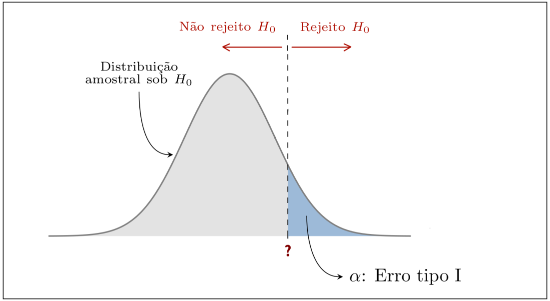
Determinação da região crítica

- A estatística de teste é um valor usado para tomar a decisão sobre H_0, **supondo ela verdadeira**.

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad vs \quad H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$$

Estatística de teste para a variância

- $(n-1)\dfrac{S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$.



Exemplo: concentração de princípio ativo

- Na indústria farmacêutica, baixa variabilidade é sinônimo de qualidade. Por isso, monitora-se a produção a fim de que $\sigma^2 \leq 0.0009$, caso contrário o lote é rejeitado.

- Uma amostra de tamanho 16 foi inspecionada resultando em $s^2 = 0.0013$. Verifique se o lote será descartado, com $\alpha = 5\%$.

- **Resposta:**

  1. Definição das hipóteses:

$$H_0: \ \sigma^2 = 0.0009 \quad vs \quad H_1: \ \sigma^2 > 0.0009.$$

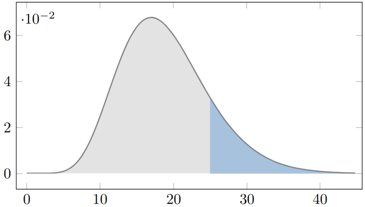
Exemplo: concentração de princípio ativo

- Na indústria farmacêutica, baixa variabilidade é sinônimo de qualidade. Por isso, monitora-se a produção a fim de que $\sigma^2 \leq 0.0009$, caso contrário o lote é rejeitado.

- Uma amostra de tamanho 16 foi inspecionada resultando em $s^2 = 0.0013$. Verifique se o lote será descartado, com $\alpha = 5\%$.

- **Resposta:**

  2. Definir o tipo de teste: unilateral à direita.



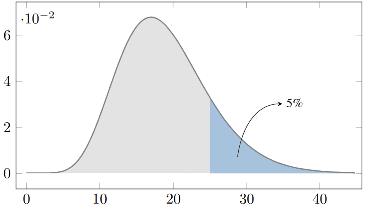
Exemplo: concentração de princípio ativo

- Na indústria farmacêutica, baixa variabilidade é sinônimo de qualidade. Por isso, monitora-se a produção a fim de que $\sigma^2 \leq 0.0009$, caso contrário o lote é rejeitado.

- Uma amostra de tamanho 16 foi inspecionada resultando em $s^2 = 0.0013$. Verifique se o lote será descartado, com $\alpha = 5\%$.

- **Resposta:**

  3. Definição do nível de significância: $\alpha = 5\%$.



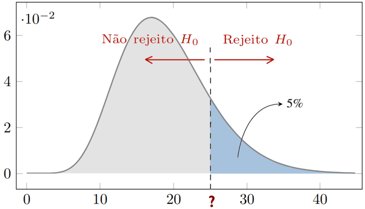
Exemplo: concentração de princípio ativo

- Na indústria farmacêutica, baixa variabilidade é sinônimo de qualidade. Por isso, monitora-se a produção a fim de que $\sigma^2 \leq 0.0009$, caso contrário o lote é rejeitado.

- Uma amostra de tamanho 16 foi inspecionada resultando em $s^2 = 0.0013$. Verifique se o lote será descartado, com $\alpha = 5\%$.

- **Resposta:**

4. Determinação da região crítica: $\text{RC} = \{q > 24.996\}$.



Referências

- Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).
- Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008.

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
DEST
Departamento de Estatística