Testes de hipótese

Parte 6

Prof.: Eduardo Vargas Ferreira

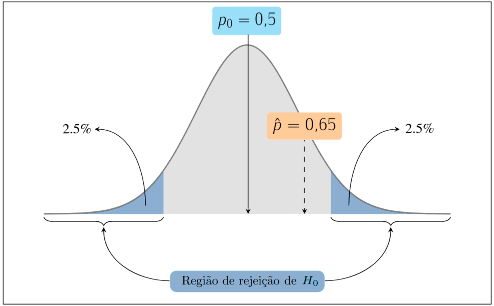
UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

DEST
Departamento de Estatística

Procedimentos gerais para um teste de hipótese

1. Definir a hipótese nula (H_0) e a alternativa (H_1).
2. Com base em H_1, definir o tipo de teste.
3. Definir um nível de significância α, análogo o nível de confiança $100(1-\alpha)\%$ do IC.
4. Determinar a região crítica (região de rejeição) baseado na distribuição amostral, sob H_0.
5. Calcular a estatística de teste, com base na sua distribuição amostral sob a hipótese nula.
6. Conclusão.

$$H_0: \ p = 0.5 \quad vs \quad H_1: \ p \neq 0.5$$

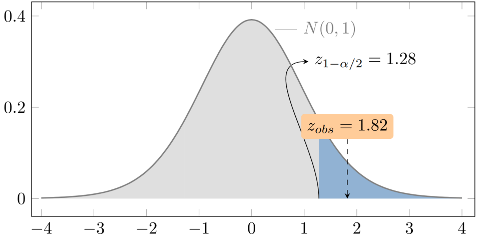


Se $\hat{p} = 0.65$, existe evidência para rejeitar H_0 ao nível de significância de 5%?

Exemplo: resistência de lajotas

- Um fabricante introduziu um material na fabricação de lajotas, e acredita que aumentará a resistência média, que é de 206 kg. A resistência tem distribuição normal com desvio-padrão de 12 kg.

- Em uma amostra de 30 lajotas obteve-se $\bar{x} = 210$ kg. Pode-se afirmar que a resistência média aumentou, ao nível de 10%?

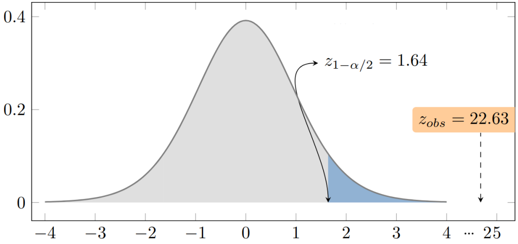


Conclusão: $z \in$ RC, portanto rejeita-se H_0.

Exemplo: proporção de imunizados

- Uma empresa desenvolveu uma vacina e afirma que a proporção de imunizados é maior do que 50%. Sabe-se que em uma amostra de 726 pessoas vacinadas, 668 estavam imunizadas.

- Use este resultado para testar se a proporção de imunizados é maior do que 50%, com um nível de significância de 5%

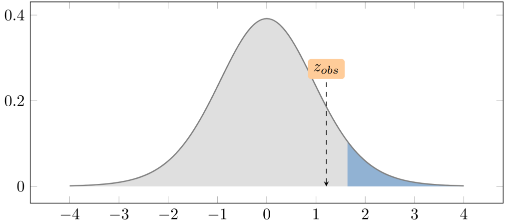


Conclusão: $z \in$ RC, portanto rejeita-se H_0.

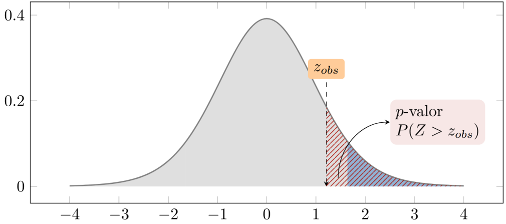
Nível descritivo ou p-valor

Conclusão do teste · nível descritivo

Em geral, α é pré-fixado para construir a regra de decisão. P. ex., $\alpha = 0.05$.



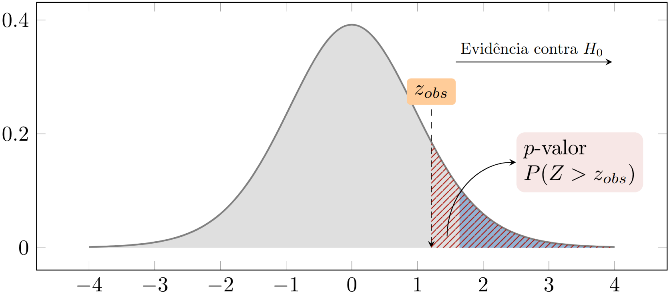
Uma alternativa é deixar em aberto a conclusão para o tomador de decisão.



- A ideia é calcular, **supondo que a hipótese nula é verdadeira**, a probabilidade de se obter estatísticas **mais extremas** do que aquela fornecida pela amostra.

Conclusão do teste · nível descritivo

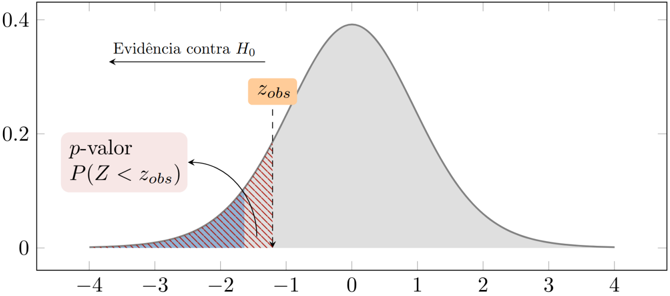
$$H_0: \ \theta = \theta_0 \qquad vs \qquad H_1: \ \theta > \theta_0$$



$$\text{P-valor} \quad = \quad \text{P}\left(Z > z_{obs} \,|\, H_0 \text{ verdadeira}\right) \quad \text{para} \quad H_1: \theta > \theta_0$$

Conclusão do teste · nível descritivo

$$H_0: \ \theta = \theta_0 \qquad vs \qquad H_1: \ \theta < \theta_0$$



$$\text{P-valor} \quad = \quad \text{P}\left(Z < z_{obs} \,|\, H_0 \text{ verdadeira}\right) \quad \text{para} \quad H_1: \ \theta < \theta_0$$

Exemplo: resistência de lajotas

- Um fabricante introduziu um material na fabricação de lajotas, e acredita que aumentará a resistência média, que é de 206 kg. A resistência tem distribuição normal com desvio-padrão de 12 kg.

- Em uma amostra de 30 lajotas obteve-se $\bar{x} = 210$ kg. Pode-se afirmar que a resistência média aumentou, ao nível de 10%?

Resposta:

1. Definição das hipóteses

$$H_0 : \mu = 206 \quad vs \quad H_1 : \mu > 206.$$

2. Definição do nível de significância:

$$\alpha = 0.10$$

Exemplo: resistência de lajotas

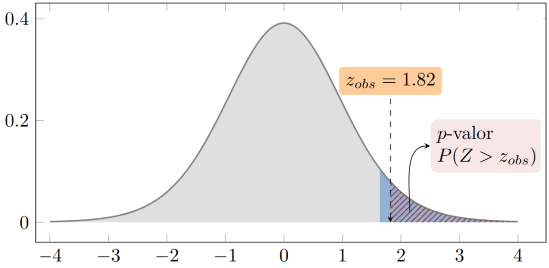
3. Definir o tipo de teste: unilateral à direita.

4. Determinação da região crítica:

$$\text{RC} = \{z > 1.282\}.$$

5. Cálculo da estatística de teste:

$$z = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{210 - 206}{12/\sqrt{30}} = 1.826.$$



6. Conclusão: $z \in \text{RC}$, portanto rejeita-se H_0.

$$\begin{aligned} \text{P-valor} &= \text{P}\left(Z > 1.826 \,|\, \mu = 206\right) \\ &= 0.034 \end{aligned}$$

Exemplo: proporção de imunizados

- Uma empresa desenvolveu uma vacina e afirma que a proporção de imunizados é maior do que 50%. Sabe-se que em uma amostra de 726 pessoas vacinadas, 668 estavam imunizadas.

- Use este resultado para testar se a proporção de imunizados é maior do que 50%, com um nível de significância de 5%

Resposta:

1. Definição das hipóteses

$$H_0: \; p = 0.5 \quad vs \quad H_1: \; p > 0.5.$$

2. Definição do nível de significância:

$$\alpha = 0.05$$

Exemplo: proporção de imunizados

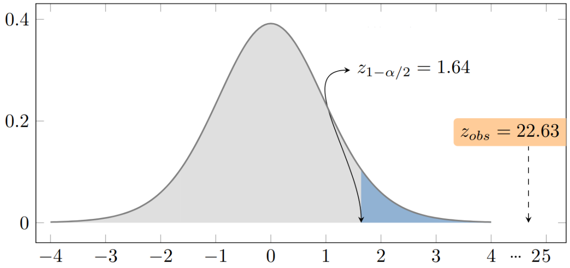
3. Definir o tipo de teste: unilateral à direita.

4. Determinação da região crítica:

$$RC = \{z > 1.645\}.$$

5. Cálculo da estatística de teste:

$$z_{obs.} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} = \frac{0.92 - 0.5}{\sqrt{0.25/726}} = 22.633.$$



6. Conclusão: $z \in$ RC, rejeita-se H_0.

$$\begin{aligned} \text{P-valor} &= P\left(Z > 22.63 \mid p = 0.5\right) \\ &\approx 0 \end{aligned}$$

Exemplo: concentração de princípio ativo

- Na indústria farmacêutica, baixa variabilidade é sinônimo de qualidade. Por isso, monitora-se a produção a fim de que $\sigma^2 \leq 0.0009$, caso contrário o lote é rejeitado.

- Uma amostra de tamanho 16 foi inspecionada resultando em $s^2 = 0.0013$. Verifique se o lote será descartado, com $\alpha = 5\%$.

- **Resposta:**

  1. Definição das hipóteses

$$H_0: \ \sigma^2 = 0.0009 \quad vs \quad H_1: \ \sigma^2 > 0.0009.$$

  2. Definição do nível de significância:

$$\alpha = 0.05$$

Exemplo: concentração de princípio ativo

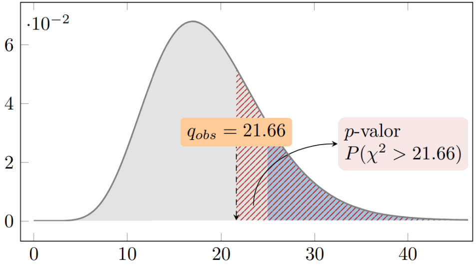
3. Definir o tipo de teste: unilateral à direita.

4. Determinação da região crítica:

$$\text{RC} = \{\ q > 24.996\ \}.$$

5. Cálculo da estatística de teste:

$$q_{obs} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{(16-1)0.0013}{0.0009} = 21.66.$$

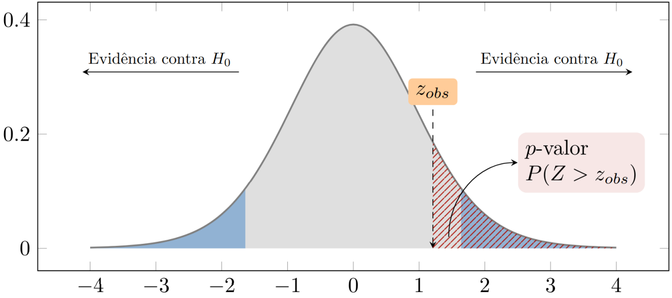


6. Conclusão: $q_{obs} \notin$ RC. Não rejeita-se H_0.

$$\begin{aligned} \text{P-valor} &= \text{P}\left(\chi^2 > 21.66 \,|\, \sigma^2 = 0.0009\right) \\ &= 0.117 \end{aligned}$$

Conclusão do teste · nível descritivo

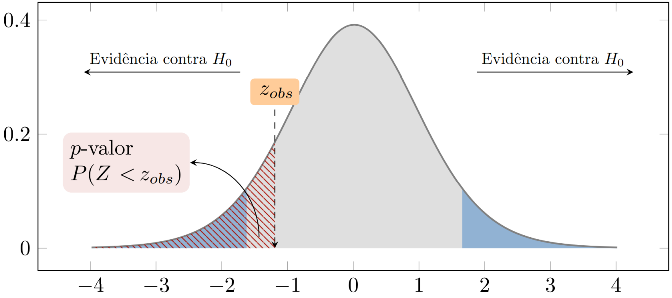
$$H_0:\ \theta = \theta_0 \qquad vs \qquad H_1:\ \theta \neq \theta_0$$



$$\text{P-valor} \;=\; 2 \times \text{P}\left(Z > z_{obs} \,|\, H_0 \text{ verdadeira}\right)$$

Conclusão do teste · nível descritivo

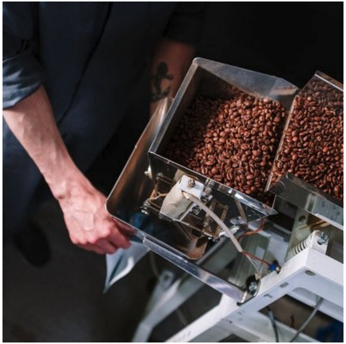
$$H_0 : \ \theta = \theta_0 \qquad vs \qquad H_1 : \ \theta \neq \theta_0$$



$$\text{P-valor} \quad = \quad 2 \ \times \ \mathrm{P}\left(Z < z_{obs} \,|\, H_0 \text{ verdadeira}\right)$$

Exemplo: máquina de empacotar

- Uma empacotadora café está calibrada se houver 700 g em cada embalagem. A fim de verificar o funcionamento da máquina, foi coletado uma amostra de 40 pacotes, resultando em $\bar{x} = 698$.



- Considerando $\sigma = 10$ g, teste a hipótese do peso médio das embalagens ser 700 g, com um nível de significância de 5%.

Resposta:

1. Definição das hipóteses

$$H_0: \ \mu = 700 \quad vs \quad H_1: \ \mu \neq 700.$$

2. Definição do nível de significância:

$$\alpha = 0.05$$

Exemplo: máquina de empacotar

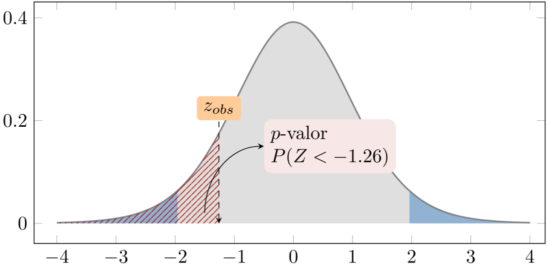
3. Definir o tipo de teste: teste bilateral.

4. Determinação da região crítica:

$$\text{RC} = \{z < -1.96 \quad \text{ou} \quad z > 1.96\}.$$

5. Cálculo da estatística de teste:

$$z = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{698 - 700}{10/\sqrt{40}} = -1.265.$$



6. Conclusão: $z \notin$ RC, portanto não rejeita-se H_0.

$$\begin{aligned} \text{P-valor} &= 2 \times \text{P}\,(Z < -1.26 \,|\, \mu = 700) \\ &= 0.206 \end{aligned}$$

Exemplo: uso do cartão de crédito

- Deseja-se estimar a média anual de débitos no cartão de crédito nas famílias brasileiras. Uma amostra de 15 famílias forneceu média de saldos de $R\$ \ 5200,00$ e o desvio padrão de $R\$ \ 3058,00$.

- Teste a hipótese de que a média anual de débitos é de $R\$ \ 6000,00$, com nível com significância de 5%.

Resposta:

1. Definição das hipóteses

$$H_0: \ \mu = 6000 \quad vs \quad H_1: \ \mu \neq 6000.$$

2. Definição do nível de significância:

$$\alpha = 0.05$$

Exemplo: uso do cartão de crédito

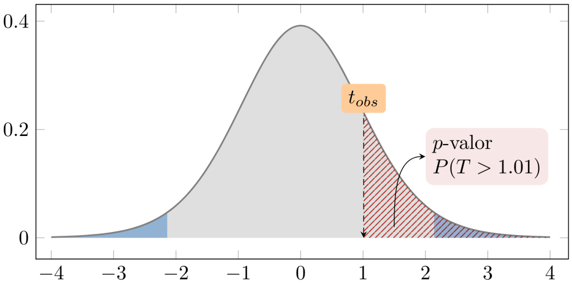
3. Definir o tipo de teste: teste bilateral.

4. Determinação da região crítica:

$$RC = \{t < -2.145 \quad \text{ou} \quad t > 2.145\}.$$

5. Cálculo da estatística de teste:

$$t_{obs.} = \frac{\overline{x} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} = \frac{5200 - 6000}{3058/\sqrt{15}} = 1.013.$$



6. Conclusão: $t \notin$ RC, portanto não rejeita-se H_0.

$$\begin{aligned} \text{P-valor} &= 2 \times \text{P}\left(T > 1.01 \,|\, \mu = 6000\right) \\ &= 0.206 \end{aligned}$$

Referências

- Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).
- Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

DEST Departamento de Estatística