Testes de hipótese

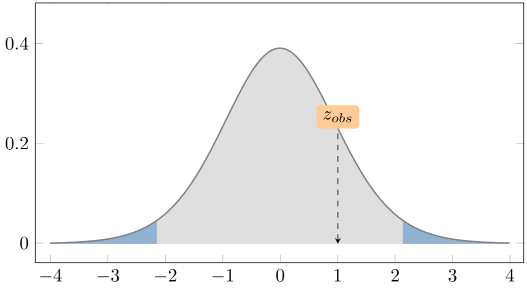
Parte 9

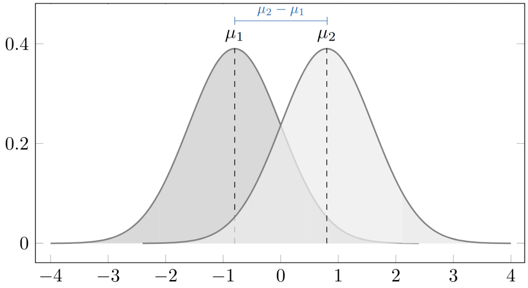
Prof.: Eduardo Vargas Ferreira

Introdução

$$H_0 : \mu = 3 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq 3$$

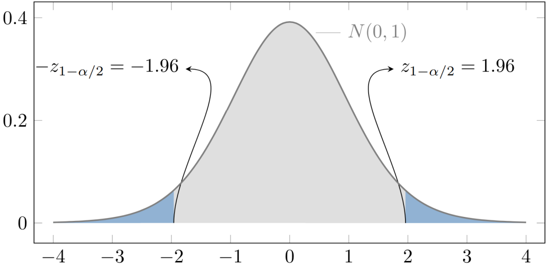
$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad vs \quad H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$





Teste de hipótese

$$\frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$



1. Definir as hipóteses nula e alternativa:

   $$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \quad vs \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

2. Com base em H_1, definir o tipo de teste.
3. Definir um nível de significância α.
4. Determinar a região crítica baseado na distribuição amostral, sob H_0.
5. Calcular a estatística de teste, sob H_0.

   $$z_{obs} = \frac{(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}.$$

Teste de hipótese para a diferença de duas proporções

Distribuição amostral da diferença

$$H_0 : p_1 = p_2 \quad vs \quad H_1 : p_1 \neq p_2$$ $\rightarrow$ $$H_0 : p_1 - p_2 = 0 \quad vs \quad H_1 : p_1 - p_2 \neq 0$$

- Precisamos encontrar a **distribuição amostral da diferença das proporções** $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)$, da mesma forma que fizemos nas aulas passadas:

$$\frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

$$\frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\hat{s}^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \sim t_\nu.$$

Distribuição amostral da diferença

- De acordo com o TCL, sabemos que

$$\hat{p}_1 \overset{\text{aprox}}{\sim} \mathrm{N}\left(p_1, \frac{p_1(1-p_1)}{n_1}\right) \quad \text{e} \quad \hat{p}_2 \overset{\text{aprox}}{\sim} \mathrm{N}\left(p_2, \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}\right).$$

$$(\ \hat{p}_1 - \hat{p}_2\ ) \sim ?$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\ \hat{p}_1 - \hat{p}_2\ ) &= \mathbb{E}(\ \hat{p}_1\ ) + \mathbb{E}(\ -1 \cdot \hat{p}_2\ ) \\ &= \mathbb{E}(\ \hat{p}_1\ ) - \mathbb{E}(\ \hat{p}_2\ ) \\ &= p_1 - p_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{V}ar\,(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) &= \mathbb{V}ar\,(\hat{p}_1) + \mathbb{V}ar\,(-1 \cdot \hat{p}_2) \\ &= \mathbb{V}ar\,(\hat{p}_1) + \mathbb{V}ar\,(\hat{p}_2) \\ &= \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2} \end{aligned}$$

Distribuição amostral da diferença

- Assim, a **distribuição amostral da diferença de médias** é dada por

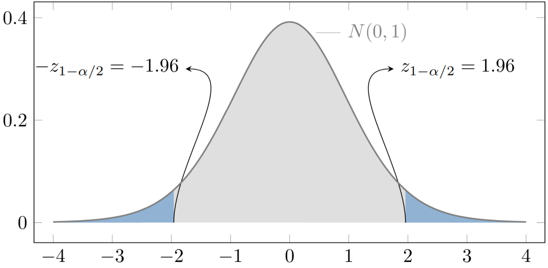
$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \overset{\text{aprox}}{\sim} \mathrm{N}\left(p_1 - p_2 \,,\, \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2} \right)$$

- Ou, alternativamente

$$\frac{(\,\hat{p}_1 - \hat{p}_2\,) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\dfrac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \dfrac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \overset{\text{aprox}}{\sim} \mathrm{N}\,(0,1)$$

Teste de hipótese

$$\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\dfrac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \dfrac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \overset{\text{aprox}}{\sim} \mathrm{N}(0,1)$$



1. Definir as hipóteses nula e alternativa:

   $H_0 : p_1 - p_2 = 0 \quad vs \quad H_1 : p_1 - p_2 \neq 0$

2. Com base em H_1, definir o tipo de teste.

3. Definir um nível de significância α.

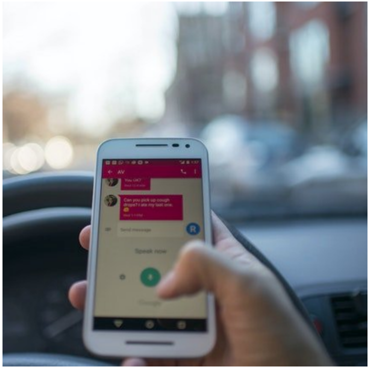
4. Determinar a região crítica baseado na distribuição amostral, sob H_0.

5. Calcular a estatística de teste, sob H_0.

   $$z_{obs} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\overline{p}(1-\overline{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}, \quad \text{com} \quad \overline{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$$

Exemplo: celular no trânsito

- Em um estudo com 2870 motoristas, 1210 afirmaram ter o hábito de mexer no celular enquanto dirigem. Após sancionada uma multa, um novo estudo com 2200 motoristas, 725 tinham esse hábito.



Verifique se proporção de motoristas com esse hábito diminuiu após a multa, ao nível de significância de 10%?

Resposta:

1. Definição das hipóteses

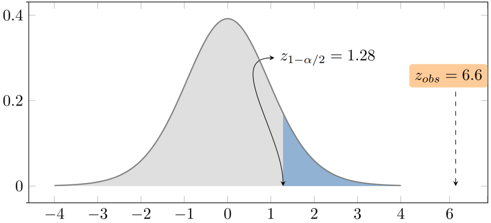
$$H_0: \; p_1 = p_2 \qquad vs \qquad H_1: \; p_1 > p_2$$

$$H_0: \; p_1 - p_2 = 0 \qquad vs \qquad H_1: \; p_1 - p_2 > 0.$$

Exemplo: celular no trânsito

5. Cálculo da estatística de teste:

$$\hat{p}_1 = \frac{1210}{2870} = 0.422 \qquad \hat{p}_2 = \frac{725}{2200} = 0.33$$



$$\overline{p} = \frac{y_1 + y_2}{n_1 + n_2} = \frac{1210 + 725}{2870 + 2200} = 0.382.$$

$$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - 0}{\sqrt{\overline{p}(1-\overline{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{(0.422 - 0.33) - 0}{\sqrt{0.382(1-0.382)\left(\frac{1}{2870} + \frac{1}{2200}\right)}} = 6.682.$$

Referências

- Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).
- Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008.